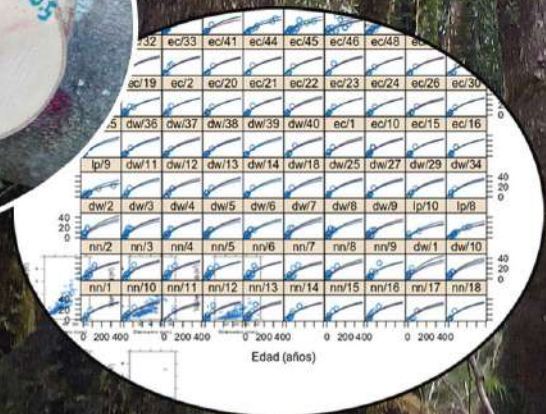


Modelos de volumen y de crecimiento para algunas especies del tipo forestal siempreverde en el sur de Chile

Christian Salas Eljatib, Celso Navarro Cárcamo,
Tomás Cayul Cheuquehuala, Joaquín Riquelme Alarcón



Modelos de volumen y de crecimiento para
algunas especies del tipo forestal
siempreverde en el sur de Chile

Junio, 2019
Santiago, Chile.

La presente publicación entrega los principales resultados obtenidos en el marco del proyecto de investigación No. 027/2016 “Modelos de volumen y crecimiento para especies del tipo forestal siempreverde”, financiado por el Fondo de Investigación del Bosque Nativo.

Autores:

Christian Salas Eljatib, Celso Navarro Cárcamo,
Tomás Cayul Cheuquehuala, Joaquín Riquelme Alarcón

ISBN: 978-956-398-916-8



Inscripción derecho autor: 304916

Diseño de portada: Ramón Navarrete Díaz

Diseño y diagramación: Christian Salas Eljatib, Tomás Cayul Cheuquehuala

Impresión: Ramón Navarrete Díaz

Cant. ejemplares: 100

Índice

Prólogo	I
Agradecimientos	III
Resumen	V
1 Introducción	1
Tipo forestal siempreverde	1
Modelos de volumen	2
Modelos de crecimiento	3
2 Datos	4
Área de estudio	4
Volúmenes	5
Crecimientos	12
3 Modelación	14
Modelos de volumen	14
Modelos de crecimiento	17
4 Resultados	20
Descripción de la muestra	20
Modelos de volumen	33
Modelos de crecimiento	48
5 Discusiones	54
6 Conclusiones	57
Literatura citada	58
Anexo	64

Prólogo

En la actualidad no es necesario destacar la importancia de los bosques en un contexto global, ya que existe un creciente reconocimiento de la sociedad sobre los diversos servicios ecosistémicos que estos brindan. Sin embargo, la evaluación del estado actual y futuro de los bosques requiere de análisis cuantitativo de su estructura y desarrollo. Todos estos aspectos son claves para entender de mejor manera la dinámica de los ecosistemas forestales y evaluar potenciales tratamientos silviculturales que garanticen la sustentabilidad de estos.

Los bosques del tipo forestal siempreverde son los que cubren la mayor superficie en Chile, y han demostrado una gran importancia ecológica y tener buenas aptitudes silvícolas. No obstante, se han desarrollado pocos estudios cuantitativos sobre la estimación de volumen y aún menos sobre la modelación de su crecimiento.

En el contexto del proyecto financiado por el Fondo de Investigación del Bosque Nativo (FIBN) No. 027/2016 *Modelos de volumen y crecimiento para especies del tipo forestal siempreverde*, se conformó un equipo de expertos en biometría y manejo forestal, los cuales provienen de diferentes instituciones de investigación. Por lo tanto, el trabajo que se muestra a continuación, resume los principales análisis y resultados propuestos por dicho grupo de profesionales.

Si bien entendemos que la temática abordada requiere de un conocimiento previo de biometría forestal y de modelos estadísticos, esperamos que el presente documento les sirva a todas las personas que nos relacionamos con los bosques siempreverdes, con el espíritu final de contribuir a un mejor entendimiento del comportamiento de estos bosques y las especies arbóreas que lo conforman.

Agradecimientos

El éxito del presente proyecto de investigación es el resultado del esfuerzo y compromiso de un equipo de profesionales y propietarios de bosque nativo que contribuyeron con su tiempo y experiencia en el desarrollo de las diferentes etapas que conlleva un proyecto de esta envergadura.

Los Ingenieros Forestales Daniel Soto y Raúl Bertín colaboraron en la planificación y recolección de datos en terreno. Mientras que los Ingenieros Forestales de la Corporación Nacional Forestal (CONAF), Oscar Puente, Mario Moreno, Rodrigo Ramírez y Mario Caraciolo colaboraron en la búsqueda y selección de predios con planes de manejo aprobados y que cumplieran con las características necesarias para desarrollar la investigación.

Se agradece a los siguientes propietarios que confiaron y permitieron desarrollar el estudio en sus respectivos predios: Laura Bahamonde Torres, Aurora Escobar Bobadilla, Nolberto Jara Foitzike, Alberto García Pacheco y Carlos Cárdenas Bergmann.

Quisiera hacer un reconocimiento póstumo al Profesor Dr. Pedro Real Hermosilla (Q.E.P.D.), con quien muchas veces discutí temas relacionados a los tratados en el presente proyecto. Sus consejos y sugerencias siempre han sido una fuente de motivación para la investigación en biometría forestal.

Finalmente, agradezco al Fondo de Investigación del Bosque Nativo (FIBN) por financiar esta iniciativa de investigación que considero fundamental y necesaria para ir fortaleciendo las bases cuantitativas para el entendimiento científico y el manejo sustentable de nuestros bosques nativos.

Christian Salas Eljatib, Ph.D.

Investigador Principal Proyecto de Investigación FIBN No. 027/2016 “*Modelos de volumen y crecimiento para especies del tipo forestal siempreverde*”.

Resumen

El volumen de los árboles es el espacio tridimensional que estos ocupan. Esta variable tiene una gran importancia científica por su relación con el carbono, y económica por su directa relación con la valoración maderera. De la misma manera, el crecimiento en volumen y altura de los árboles es clave para entender procesos biológicos y para toma de decisiones silvícolas. Sin embargo, tanto el volumen como el crecimiento pasado en altura y volumen de árboles, son variables muy complejas de medir. Debido a esto, es necesario construir modelos estadísticos que permitan su estimación, es decir, modelos de volumen y modelos de crecimiento. A pesar que el tipo forestal siempreverde es el de mayor superficie dentro de los bosques nativos de Chile, no existen modelos de volumen y de crecimiento apropiadamente construidos y publicados en la literatura especializada. El presente proyecto tiene por objetivo construir modelos de volumen y de crecimiento para *Drimys winteri* (canelo), *Nothofagus nitida* (coihue de Chiloé), *Laureliopsis philippiana* (tepa) y *Eucryphia cordifolia* (ulmo), especies características del tipo forestal siempreverde.

En total se midieron 160 árboles muestra entre los 39° y 42° latitud sur, distribuidos equitativamente entre cada especie. En cada árbol se midió el volumen: total, fustal, de la copa, de madera aserrada y de leña. Además, se reconstruyó el crecimiento en altura y volumen de cada árbol mediante análisis fustal. Posteriormente, se ajustaron y evaluaron una serie de modelos para estimar los diferentes tipos de volumen, y el crecimiento individual en altura y volumen de cada especie. Se evaluaron diferentes relaciones funcionales para el volumen, y también se evaluó la incorporación de los factores especies y tipo de suelo (suelo ñadi-delgado o no) como variables dummy en los modelos. La estimación de los parámetros de todos los modelos se realizó mediante el método de máxima verosimilitud en un contexto de modelación de efectos mixtos.

Los modelos de volumen propuestos son de tipo logarítmico, y emplean variables predictoras de fácil medición. No obstante, los de volumen de madera aserrada y de la copa requieren de variables de más compleja medición en terreno, i.e, altura comienzo de copa y el largo de la copa, respectivamente. Los niveles de errores de predicción en volumen se encuentran dentro

de los rangos esperados, sin embargo, los volúmenes de copa, aserrado, y de leña presentan errores altos, debido a su variabilidad natural. Los modelos de crecimiento, entre tanto, son no-lineales presentando parámetros con interpretación biológica. Según estos modelos, existen diferencias entre las asíntotas (i.e., altura y volumen máximo) estimadas de las especies. Los resultados acá expuestos muestran la alta variabilidad natural en volumen, y de tasas de crecimiento de las especies, contribuyendo a su conocimiento autoecológico y toma de decisiones silvícolas.

1. Introducción

Tipo forestal siempreverde

Como parte de los bosques templados lluviosos de Chile, los bosques del tipo forestal siempreverde se distribuyen entre la IX y XI región, cubriendo una superficie de 3,5 millones de hectáreas (CONAF, 2014), siendo el tipo forestal más abundante de los bosques nativos. Estos bosques se caracterizan por la presencia de una gran cantidad de especies arbóreas siempreverdes (Donoso, 1995). Debido a su amplia distribución, este tipo forestal presenta una serie de subtipos que representan diferentes condiciones estructurales y de dinámica (Donoso, 1989a, 1995; Donoso *et al.*, 1999). Además de la reconocida importancia ecológica de los bosques siempreverdes (Veblen *et al.*, 1983; Innes, 1992; Donoso y Nyland, 2005; Rüger *et al.*, 2007; Gutiérrez *et al.*, 2009; Perez-Quezada *et al.*, 2015), estos poseen también importancia económica debido a la alta calidad la madera de algunas de las especies que lo conforman (Díaz-Vaz *et al.*, 2002).

Los bosques siempreverdes son importantes desde un punto de vista silvícola (Donoso, 1989a,b; Donoso *et al.*, 1999; Donoso, 2002; Reyes *et al.*, 2009), y dentro de las 21 especies arbóreas que lo componen en diferentes proporciones y combinaciones (Donoso, 1989a), destacan canelo (*Drimys winteri*), coihue de Chiloé (*Nothofagus nitida*), tepa (*Laureliopsis philippiana*), y ulmo (*Eucryphia cordifolia*) por sus buenas tasas de crecimiento y/o valor económico de su madera. A continuación se entrega una breve reseña de cada una de estas especies.

- Canelo: es muy frecuente en este tipo de bosques y tiene excelentes tasas de crecimiento en bosques secundarios o renovales (e.g., Corvalán *et al.*, 1987a; Navarro *et al.*, 1999; Donoso *et al.*, 2007; Navarro *et al.*, 2011). Mayores antecedentes autoecológicos sobre la especie pueden ser encontrados en Donoso *et al.* (2006b).
- Coihue de Chiloé: aunque esta especie esta presente en diferentes tipos forestales (Bannister *et al.*, 2008), es muy característica de bosques del tipo forestal siempreverde. Se encuentra presente tanto en bosques secundarios como en bosques adultos, donde son frecuentes en el estrato

superior (Donoso y Escobar, 2006).

- Tapa: es una de las especies más frecuente en los bosques siempreverdes, así como también en los estratos inferiores e intermedios de bosques secundarios dominados por *Nothofagus*. Tapa en este tipo de bosque crece en todas las clases de tamaño. Destaca la gran tolerancia a la sombra de esta especie, siendo una de las más tolerantes de las especies nativas (Figueroa y Lusk, 2001). Otras características de esta especie son explicadas en Donoso *et al.* (2006a).
- Ulmo: esta especie es también característica del tipo forestal siempreverde (Donoso, 1989a,b; Donoso *et al.*, 1999), sin embargo es frecuente encontrarla ocupando estratos intermedios de bosques secundarios y en el estrato dominante de bosques adultos dominados por *Nothofagus* (Salas *et al.*, 2006; Salas-Eljatib *et al.*, 2018).

Modelos de volumen

Desde un punto de vista ecológico y silvícola, luego de la biomasa, el volumen de los árboles representa la variable forestal más completa, ya que es el resultado del desarrollo de los mismos, producto de una combinación de factores que influyen en éste.

La determinación del volumen (v) de árboles en pie es difícil y costosa. Si bien la biomasa es la variable a nivel de árbol de más difícil medición, el volumen le sigue en complejidad. Es por esto que es necesario construir modelos estimadores de dicha variable, los cuales emplean variables predictoras de fácil medición, como por ejemplo, el diámetro a la altura del pecho (d) y la altura total (h). Estos modelos que estiman el volumen de árboles se denominan generalmente en biometría forestal “modelos de volumen” y también se conocen como “funciones de volumen”.

A pesar de su importancia, existen pocos estudios de modelos de volumen en el tipo forestal siempreverde. Estos bosques poseen una notable potencialidad silvícola y de manejo (Donoso, 1989a,b; Donoso *et al.*, 1999; Donoso, 2002; Reyes *et al.*, 2009), no obstante, investigaciones que se centren en la construcción de modelos cuantitativos que permitan la estimación de variables biométricas de interés son escasos. Dentro de estos estudios, es posible destacar el estudio de Corvalán (1980), en donde se desarrollaron una serie de modelos para canelo en Chiloé insular y continental. Respecto

a modelos de estimación de volumen, es posible destacar al estudio de Carrasco (1986), en donde se ajustaron modelos de ahusamiento para algunas especies del tipo forestal siempreverde, y además se presentó uno de los primeros estudios sobre volumen neto (i.e., descontado los defectos) en especies nativas.

Modelos de crecimiento

El crecimiento es uno de los fenómenos biológicos básicos y fundamentales, que puede ser descrito por modelos matemáticos, es decir, ecuaciones de crecimiento. Muchas ecuaciones de este tipo han sido propuestas para modelar el crecimiento de árboles y bosques. Los parámetros de estas ecuaciones son estimados, y luego usados para el entendimiento del comportamiento del crecimiento. En investigaciones forestales los modelos de crecimiento son usados para toma de decisiones de manejo forestal y entendimiento de la dinámica de los bosques. A pesar de la importancia de la modelación del crecimiento, existen muy pocos estudios sobre modelación del crecimiento para especies nativas de Chile. Las especies que concentran la mayor parte de los estudios de modelos de crecimiento son *Nothofagus obliqua*, *N. alpina*, y *N. dombeyi* (e.g., Trincado *et al.*, 2002; Salas y García, 2006; Esse *et al.*, 2007). Sin embargo, para especies del tipo forestal siempreverde, existen pocos estudios de este tipo (e.g., Corvalán *et al.*, 1987b). Además, la mayoría de los estudios relacionados a crecimiento, desde un punto de vista cuantitativo, son estudios más bien del tipo descriptivo y no desarrollados con un enfoque de modelación (e.g., Navarro *et al.*, 1997; Gutiérrez, 2002; Donoso, 1989a).

El objetivo del presente proyecto fue desarrollar modelos estimadores de volumen y de crecimiento para las principales especies silvícolas del tipo forestal siempreverde. Para el cumplimiento satisfactorio de lo anterior, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

1. Ajustar modelos de volumen bruto, neto (i.e., madera aserrada), y de leña a nivel individual.
2. Analizar y evaluar diferentes estrategias de modelación estadística que permitan estimar el volumen.
3. Ajustar modelos de crecimiento en altura y volumen para árboles individuales.

2. Datos

Área de estudio

El estudio se realizó en predios con bosque nativo del tipo forestal siempreverde (Donoso, 1981) y con presencia de alguna de las especies de interés (i.e., canelo, coihue de Chiloé, tepa y ulmo). Los predios se ubican en la región de Los Ríos y Los Lagos entre los 39° y 42° latitud sur (Fig. 1).

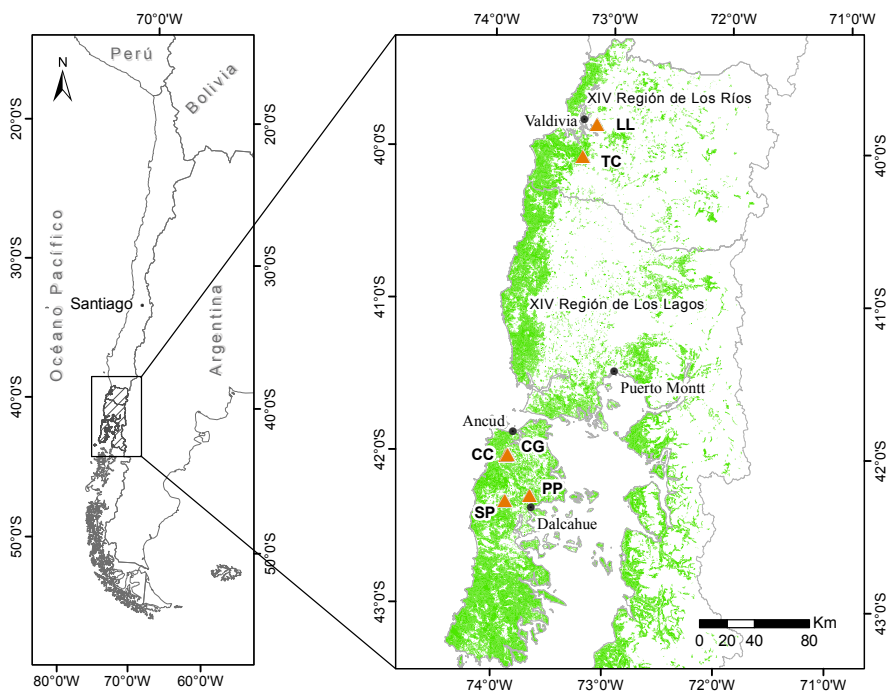


Figura 1: Área de estudio entre los 39° y 44° latitud sur. Se muestra la distribución del tipo forestal siempreverde (en verde) y los predios desde donde se obtuvo los árboles muestras (en triángulos naranjos). Los predios muestreados fueron: Llancahue (LL), Tres Chiflones (TC), Coipomo Cárdenas (CC), Coipomo García (CG), Pupetra (PP) y San Pedro (SP).

Volúmenes

De acuerdo a las bases del presente proyecto, los árboles muestra se seleccionaron desde predios que estaban siendo sometidos a manejo forestal, es decir, con planes de manejo aprobados. Por tanto, se seleccionaron de forma aleatoria árboles que fueron marcados previamente por extensionistas de la Corporación Nacional Forestal (CONAF), pero que además tuvieran como mínimo 20 cm de diámetro y 5 m de altura total (Guerra *et al.*, 2011).

Se realizaron mediciones de los árboles muestra en pie y posteriormente cuando estos fueron volteados y trozados, así como también de los productos (i.e., madera aserrada y/o leña) obtenidos por árbol (Fig. 2). Mayores detalles de la metodología de muestreo, así como también de las variables medidas en cada árbol pueden ser consultadas en Salas *et al.* (2017), donde se entrega un completo detalle de procedimientos de medición en terreno.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 2: Registro fotográfico de algunas actividades de medición de volúmenes. Por ejemplo: (a) volteo, (b) trozado, (c) obtención y arrumado de leña, (d) traslado de trozos, (e) proceso de aserrío, y (f) madera aserrada.

La determinación de los diferentes volúmenes que se explican a continuación se realizó con diámetros de secciones fustales con corteza y sin corteza, para obtener volúmenes con corteza y sin corteza, respectivamente.

- Volumen de tocón: a partir de mediciones de diámetro de tocón y la altura de tocón se calculó este volumen asumiendo la forma de un cilindro mediante,

$$vtoc = \frac{\pi}{40000} dtoc^2 htoc, \quad (1)$$

donde: π es la constante matemática con valor 3,1416...; $vtoc$ es el volumen de tocón, en m^3 ; $dtoc$ es el diámetro de tocón, en cm; y $htoc$ es la altura de tocón, en m.

- Volumen fustal: se midieron diámetros fustales a diferentes alturas, que dieron origen a un número variable de secciones. Estas secciones se calcularon mediante la fórmula analítica de Smalian (Prodan *et al.*, 1997).

$$vsec = \frac{\pi}{40000} \left(\frac{d_s^2 + d_b^2}{2} \right) ls, \quad (2)$$

donde: $vsec$ es el volumen de la sección, en m^3 ; d_s es el diámetro superior de la sección, en cm; d_b es el diámetro base de la sección, en cm; y ls es la longitud de la sección, en m.

El volumen acumulado de las secciones entre la altura de tocón ($htoc$) y la altura comienzo de copa (hcc) se definió como volumen fustal (vf) como sigue,

$$vf = \sum_{j=1}^S vsec_j, \quad (3)$$

donde: vf es el volumen fustal, en m^3 ; S es el número de secciones del árbol entre $htoc$ y hcc ; $vsec_j$ es el volumen de la j -ésima sección.

- Volumen de copa: la copa se cubicó de dos maneras, la primera es la tradicional donde se asume una forma cónica entre la altura comienzo de copa (hcc) y la altura total (h) como sigue,

$$vp = \frac{\pi}{40000} \left(\frac{dcc^2}{3} \right) lp, \quad (4)$$

donde: vp es el volumen de la punta, en m^3 ; lp es la longitud de la punta, que se calcula como $h - hcc$, en m; y dcc es el diámetro a la altura de comienzo de copa, en cm.

La segunda, implica la cubicación de troncos y ramas desde hcc hasta h . Para esto, los troncos y ramas se cortaron, apilaron y midieron en terreno como metros estéreos (ms) de leña y se aplicó un factor de descuento por espacios vacíos en la ruma de 0,66. Este factor corresponde a un estándar utilizado en la comercialización de leña en el Sur de Chile¹, y además es concordante con estudios empíricos al respecto (Triana, 2001; Prodan *et al.*, 1997). Por lo tanto, el volumen de la copa se obtiene mediante

$$vc = vlst \cdot 0,66, \quad (5)$$

donde: vc es el volumen de copa, en m^3 ; $vlst$ es el volumen estéreo de la copa. En algunos árboles se obtuvo leña bajo la hcc debido a sus características comerciales, y en dichos casos, al volumen de la copa se le descontó el volumen de dichas secciones. De la misma forma, cuando se obtuvo trozas aserrables sobre hcc , el volumen de estas secciones se sumaron al volumen de la copa.

- Volumen total: el volumen total de los árboles se determinó como sigue,

$$v = vtoc + vf + vc, \quad (6)$$

donde: v es el volumen total, en m^3 ; el resto de las variables han sido definidas previamente.

- Volumen de troza: se obtuvo un número variable de trozas por árbol, que dependió entre otras cosas de la calidad del árbol como también de las dimensiones de las piezas a obtener. El volumen de cada troza

¹ Julio Pinares, Ingeniero Forestal encargado del Sistema Nacional de Certificación de leña de la Región de La Araucanía. Comunicación personal, 18 de junio de 2018.

se calculó mediante la fórmula de Smalian (Ec. 2), mientras que el volumen total de trozas del árbol se calculó como sigue,

$$vt = \sum_{j=1}^T vtroza_k, \quad (7)$$

donde: vt es el volumen total de trozas del árbol, en m^3 ; $vtroza_k$ es el volumen de la k -ésima troza del árbol, en m^3 ; y T es el número de trozas obtenidas del árbol;

- Volumen de productos: el volumen sólido de leña en metros cúbicos (m^3) se determinó mediante la Ec. 8. Nótese Se utilizó el factor de descuento por espacios en la ruma usado para la determinación del volumen real de la copa.

$$vl = vlst \ 0,66, \quad (8)$$

donde: vl es el volumen sólido de leña, en m^3 ; y $vlst$ es el volumen de leña, en metros estéreos

Para el cálculo de las pulgadas madereras (y por lo tanto del volumen de madera aserrada), para cada pieza se determinó mediante las Ecs. 9 y 10. Nótese que una pulgada maderera corresponde a una pieza de 1" de espesor x 10" ancho x 12 pies de longitud (Prodan *et al.*, 1997) y que en la práctica del aserrío se obtienen piezas (o tablas) de mayor espesor y ancho, y a veces también de diferente largo que 3,6 m.

$$pm.tab = \frac{et}{10} \frac{at}{3,6} \frac{lt}{3,6}, \quad (9)$$

$$va.tab = (et \ 0,0254) (at \ 0,0254) lt, \quad (10)$$

donde: $pm.tab$ es el volumen de la pieza, en pulgadas madereras; et es el espesor de la pieza, en pulgadas; at es el ancho de la pieza, en pulgadas; lt es la longitud de la pieza, en m; y $va.tab$ es el volumen aserrado de la pieza, en m^3 .

El volumen de madera aserrada que se obtuvo por cada troza se determinó en pulgadas madereras y en metros cúbicos como sigue,

$$pm.troza = \sum_{l=1}^P pm.tab_l, \quad (11)$$

$$va.troza = \sum_{l=1}^P va.tab_l, \quad (12)$$

donde: $pm.troza$ es el volumen aserrado de la troza, en pulgadas madereras; P es el número de piezas obtenidas de la troza; $pm.tab_l$ es el volumen de la l -ésima pieza en pulgadas madereras; $va.troza$ es el volumen aserrado de la troza, en m^3 ; $va.tab_l$ es el volumen de la l -ésima pieza, en m^3 .

El volumen de madera aserrada que se obtuvo por árbol se determinó en pulgadas madereras y en metros cúbicos como sigue,

$$pm = \sum_{k=1}^T pm.troza_k, \quad (13)$$

$$va = \sum_{k=1}^T va.troza_k, \quad (14)$$

donde: pm es el volumen aserrado del árbol, en pulgadas madereras; T es el número de trozas obtenidas del árbol; $pm.troza_k$ es el volumen aserrado de la k -ésima troza, en pulgadas madereras; va es el volumen aserrado del árbol, en m^3 ; $va.troza_k$ es el volumen aserrado de la k -ésima troza, en m^3 .

Cuocientes de productos

Se calcularon diferentes cuocientes, o razones, entre tipos de volúmenes a nivel de árbol, para así representar la proporción de aprovechamiento real de los diferentes tipos de productos, y la proporción de leña. Estos cuocientes son como sigue,

$$ca.vt = 100 \frac{va}{vt}, \quad (15)$$

$$ca.vf = 100 \frac{va}{vf}, \quad (16)$$

$$ca.v = 100 \frac{va}{v}, \quad (17)$$

$$propl.v = 100 \frac{vl}{v}, \quad (18)$$

donde: $ca.vt$ es el coef. de aprov. de volumen aserrado con respecto al volumen total de trozas, en %; $ca.vf$ es el coef. de aprov. del volumen aserrado respecto al volumen fustal, en %; $ca.v$ es el coef. de aprov. del volumen aserrado con respecto al volumen total, en %; $propl.v$ es la proporción del volumen total que fue obtenido como volumen de leña, en %; el resto de las variables han sido definidas anteriormente.

Para evaluar la diferencia entre el volumen real de la copa y el volumen de esta asumiendo una forma cónica (esto último es lo que tradicionalmente se asume en ciencias forestales), se calculó la siguiente diferencia porcentual,

$$\Delta vc \% = 100 \frac{vp - vc}{vc}, \quad (19)$$

donde: $\Delta vc \%$ es la diferencia porcentual; vp es el volumen de la copa asumiendo una forma cónica, en m^3 ; y vc el volumen real de la copa, en m^3 .

Crecimientos

Para estudiar el crecimiento se extrajeron discos (o “rodela”) transversales al fuste a diferentes alturas que fueron etiquetados y posteriormente tratados (e.g., pulidos) y medidos en el Laboratorio de dendrocronología de la Universidad Católica de Temuco (Fig. 3). Mayores detalles de la metodología de análisis fustal son dados en van Laar y Akça (2007) y Salas (2017).

Para cada uno de los discos obtenidos por árbol muestra se midió el número de anillos y los incrementos radiales anuales para reconstruir el crecimiento pasado en altura (h) y volumen (v), respectivamente. Para crear las series de tiempo a nivel individual para dichas variables se procedió a interpolar o extrapolar el número de anillos a nivel del suelo (age) y a los 1, 3 m (bha), cuando estas no fueron medidas, siguiendo lo realizado por Salas y García (2006) en un estudio similar en *N. obliqua*. Para la determinación de las edades se siguió la metodología descrita en Salas (2011). Además, se calculó el incremento medio anual en altura (ima_h) e incremento medio anual en volumen (ima_v). Estas variables de incremento se calcularon de acuerdo a lo descrito en Prodan *et al.* (1997).



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3: Registro fotográfico de algunas actividades relacionadas al análisis fustal. Por ejemplo: (a) trozado, (b) etiquetado, (c) almacenamiento para secado y pulido, y (d) imagen escaneada para mediciones. Nótese que en la subfigura (d) se muestra una cuña, la cual se extrajo en dirección del radio geométrico de la rodela. El radio geométrico corresponde a la raíz cuadrada del producto entre el diámetro máximo y el diámetro mínimo de la rodela dividido en dos.

3. Modelación

Modelos de volumen

Los volúmenes de interés fueron el volumen total y los volúmenes de productos, es decir, volumen aserrado y volumen de leña. Sin embargo, también se ajustaron modelos para el volumen fustal y de copa de los árboles. A continuación, se definen cada uno de estos volúmenes y se indica la simbología utilizada.

- v : volumen total con corteza que se define como la suma de volúmenes de tres componentes del árbol: tocón, fuste y copa, en m^3 ;
- vf : volumen fustal con corteza que se define como el volumen que hay entre la altura de tocón ($htoc$) y la altura comienzo de copa (hcc), en m^3 ;
- va : volumen aserrado que se define como la suma de volúmenes de cada una de las piezas obtenidas del proceso de aserrío por árbol, en m^3 ;
- vc : volumen de copa con corteza que se define como la suma de volúmenes de troncos y ramas que hay sobre la altura comienzo de copa (hcc) hasta la altura total (h), en m^3 ;
- vl : volumen de leña que se define como la suma de volúmenes de trozas, troncos y ramas que por sus cualidades y dimensiones no calificaron para madera aserrada y por tanto se destinó para leña, en m^3 .

Las principales variables predictoras utilizadas en el ajuste de los modelos son a nivel de sitio y de árbol, como sigue:

1. Variables a nivel de sitio

- ñadi: indica si el árbol muestra crecia en un suelo tipo ñadi (o delgado) o no. Dada su naturaleza, esta variable se consideró en los modelos como variable dummy, es decir, tomó el valor de 1 cuando el árbol se extrajo de un suelo ñadi-delgado, y 0 en cualquier otro caso.

2. Variables a nivel de árbol

- d : diámetro a la altura del pecho medido a los 1.3 m sobre el nivel del suelo, en cm;
- h : altura total, en m;
- cl : largo de la copa, en m;
- hcc : altura comienzo de copa, en m;
- d_6 : diámetro a los 6 metros sobre el fuste, en cm;
- spp : indica si la especie corresponde a canelo, coihue de Chiloé, tepa o ulmo.

Se ajustaron y evaluaron una serie de modelos para predecir el volumen de los árboles mediante el método de los mínimos cuadrados en el software estadístico R (R Core Team, 2018). Si bien existen una serie de relaciones funcionales que se han empleado para estos fines (Avery y Burkhardt, 2002; Husch *et al.*, 2003), se usó como base los modelos propuestos por Salas (2002), donde además de emplear como predictoras a combinaciones de variables como d y h , se propuso el uso de un diámetro fustal medido a una altura fija. Algunos de los modelos evaluados fueron:

$$\ln(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d_i) + \beta_2 \ln(h_i) + \epsilon_i, \quad (20)$$

$$\ln(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d_i^2 h_i) + \epsilon_i, \quad (21)$$

$$\ln(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d_{6i}) + \beta_2 \ln(h_i) + \beta_3 d_i^2 h_i + \epsilon_i, \quad (22)$$

$$\ln(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(d_i^2 h_i) + \beta_2 \ln(d_{6i}) + \epsilon_i, \quad (23)$$

donde: $\ln$ es el logaritmo natural en base neperiana; v_i es el volumen de interés para el i -ésimo árbol, en m^3 ; d_i es el diámetro a la altura del pecho para el i -ésimo árbol, en cm; h_i es la altura total para el i -ésimo árbol, en m; d_{6i} es el diámetro a los 6 m sobre el fuste para el i -ésimo árbol, en cm; $\beta_0, \dots, \beta_p$ es el p -ésimo parámetro (coeficientes) a ser estimado; y ϵ_i es el error aleatorio del modelo para la i -ésima observación que sigue una distribución de Gauss con valor esperado cero y varianza σ_e^2 .

Se evaluó la incorporación de factores como $\tilde{nadi}$ y spp como variables dummy en los modelos de volumen descritos. En este contexto, se evaluó como alocar el efecto del factor, esto es: modificar solamente el intercepto, las pendientes, o ambos en los respectivos modelos. Para la comparación de estas diferentes variantes de modelos, se utilizó la prueba de F -parcial (Canavos, 1988), que utiliza las varianzas residuales de los modelos y toma

en consideración la diferencia en los grados de libertad entre estos. Además, se evaluó la significancia estadística de los parámetros estimados. Así como también, y siguiendo lo recomendado por Salas (2002), se evaluaron los supuestos estadísticos de respecto a los residuales de: normalidad, homocedasticidad, autocorrelación; y respecto a las variables predictoras de: multicolinealidad, mediante los test estadísticos de Kolmogorov-Smirnov, Levene, Durbin-Watson, y el valor de inflación de la varianza, respectivamente. Para estas pruebas se empleó un nivel de significancia del 5 %.

Luego de definida la relación funcional base del volumen respectivo, se ajustó dicha ecuación en un contexto de modelo de efectos mixtos (Pinheiro y Bates, 2000), empleando la teoría de máxima verosimilitud (*maximum likelihood*, ML), asumiendo una función de densidad de probabilidades de Gauss para los residuales. Se consideró el predio como un factor aleatorio, es decir, se obtuvo desviaciones de los efectos aleatorios para cada uno de ellos (Gregoire y Schabenberger, 1996b,a). Esto se realizó para representar la naturaleza de muestreo empleada en el proyecto, donde los predios son sólo una muestra de la población de predios.

Se evaluaron aspectos estadísticos relacionados fundamentalmente a: (a) la bondad de ajuste (empleando índices basados en el ajuste por ML), (b) las capacidades predictivas y (c) el comportamiento biológico de los modelos. Sobre (a) se indican en página 19 cuales índices se ocuparon para evaluar modelos de efectos mixtos. Respecto a (b), se calcularon los siguientes estadísticos (Salas *et al.*, 2010) para evaluar las capacidades predictivas de los modelos:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (24)$$

$$DIFA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (25)$$

$$DA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i), \quad (26)$$

donde: y_i es el valor observado de la variable respuesta (e.g., el volumen) para la i -ésima observación; $\hat{y}_i$ es el valor estimado de la variable y para la i -ésima observación; y n es el número de observaciones de la muestra. La raíz cuadrada media de las diferencias ($RMSE$) y la diferencia agregada absoluta ($DIFA$) son estadísticos de precisión, mientras que la diferencia agregada

(DA) es un estadístico de exactitud. Los estadísticos anteriores también se calcularon en forma porcentual al dividirlos por la media observada de la variable respuesta. Finalmente, respecto a (c), se utilizaron gráficos para evaluar el comportamiento biológico de los modelos. Estos gráficos muestran al volumen esperado de acuerdo a los modelos en función de algunas variables predictoras (e.g., $\widehat{d_6}$, $\widehat{h}$, $\widehat{hcc}$ y $\widehat{cl}$). Cada una de estas variables predictoras son estimadas mediante modelos complementarios, y los parámetros y evaluación de estos modelos son detallados en el Anexo (pag. 64).

Modelos de crecimiento

Se empleó una generalización del modelo de crecimiento de von Bertalanffy (von Bertalanffy, 1957), un modelo que también fue estudiado por Richards (1959) para el crecimiento de plantas y por cuyo nombre ha sido mayormente reconocido (Zeide, 1993), aunque también se le ha denominado de “Chapman-Richards” (Pienaar y Turnbull, 1973). No obstante, y según lo expuesto por Salas (2011) esta última demonización es errada, y una más apropiada sería la de “Bertalanffy-Richards”. El modelo proviene de una ecuación diferencial lineal con una transformación de poder (García, 1983), tal como sigue,

$$\frac{dy^\gamma}{dt} = \beta(\alpha^\gamma - y^\gamma), \quad (27)$$

donde: y es la variable de estado (i.e., altura o volumen); t es el tiempo; α es el parámetro de la asíntota o máximo valor para la variable de estado; β es el parámetro que gobierna la tasa de cambio de la función o parámetro de escala (Schabenberger y Pierce, 2002); y γ es un parámetro de forma.

Para obtener una solución de esta ecuación diferencial (Ec. 27), se debe integrar entre t_0 y t , y se obtiene una función de crecimiento no-lineal que representa a la altura en t (que se denomina y_t o simplemente y), en términos de y_0 , el largo del periodo $t - t_0$, y los respectivos parámetros (García, 1979, 1983; Rennolls, 1995; Salas *et al.*, 2008), como sigue,

$$y = \alpha \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{y_0}{\alpha} \right)^\gamma \right] e^{-\beta(t-t_0)} \right\}^{1/\gamma} \quad (28)$$

Tal como lo destaca [García \(1983\)](#), en la mayoría de las aplicaciones forestales del modelo: $t_0 = y_0 = 0$. Entonces ahí el modelo de crecimiento anterior se transforma en

$$y = \alpha \{1 - e^{-\beta t}\}^{1/\gamma}. \quad (29)$$

Se ajustó el modelo [\(29\)](#) para cada variable de estado de interés (i.e., altura y volumen individual) en un contexto de modelos de efectos mixtos, siguiendo lo recomendado por [Gregoire \(1987\)](#); [Salas *et al.* \(2008\)](#) y [Salas \(2011\)](#) para estudios de modelación del crecimiento forestal. Dado que se tienen varias observaciones de la variable de estado por árbol, y así también varios árboles por especie, se consideró esta estructura jerárquica al ajustar el modelo de efectos mixtos, como el factor aleatorio (i.e., árbol/especie). Se evaluó si agregando efectos aleatorios al parámetro α o β , o ambos simultáneamente ofrecía un mejor ajuste.

Los modelos de efectos mixtos ajustados, que en realidad son variantes estadísticas del modelo de Bertalanffy-Richards, se muestran a continuación,

$$\begin{aligned} y_{ijk} &= (\alpha + a_j + a_i) \{1 - \exp[-\beta(t_{ijk})]\}^{1/\gamma} + \epsilon_{ijk}, \quad (30) \\ a_j &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_{a_j}^2), \\ a_i &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_{a_i}^2), \\ \epsilon_{ijk} &\sim \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ijk}]), \\ \text{Var}[\epsilon_{ijk}] &= \Sigma[\epsilon_{ijk}] = \sigma^2 \delta_{G_{ijk}}^2, \end{aligned}$$

donde: y_{ijk} es la altura o el volumen para el i -ésimo árbol de la j -ésima especie al k -ésimo momento en el tiempo; t_{ijk} es el tiempo (i.e., edad) al momento que se registró la variable de estado y_{ijk} ; α , β , y γ son parámetros; ϵ_{ijk} es un término del error aleatorio del modelo; a_j es un efecto aleatorio afectando al parámetro α debido a la j -ésima especie que sigue una distribución Gauss² con valor esperado 0 y una varianza $\sigma_{a_j}^2$; y a_i es un efecto aleatorio afectando al parámetro α debido al i -ésimo árbol, con una distribución de Gauss con valor esperado 0 y una varianza $\sigma_{a_i}^2$; y $\delta_{G_{ijk}}^2$ son parámetros que son explicados más adelante.

² Note que deliberadamente se ha evitado el uso del término “Normal” para referirse a esta función de densidad de probabilidades.

Una segunda variante del modelo (Ec. 29) que se ajustó fue,

$$\begin{aligned} y_{ijk} &= \alpha \{ 1 - \exp [-(\beta + b_j + b_i)t_{ijk}] \}^{1/\gamma} + \epsilon_{ijk}, \\ b_j &\sim \mathcal{N} \left(0, \sigma_{b_j}^2 \right), \\ b_i &\sim \mathcal{N} \left(0, \sigma_{b_i}^2 \right), \\ \epsilon_{ijk} &\sim \mathcal{N} \left(0, \text{Var} [\epsilon_{ijk}] \right), \\ \text{Var} [\epsilon_{ijk}] &= \Sigma [\epsilon_{ijk}] = \sigma^2 \delta_{G_{ijk}}^2. \end{aligned} \quad (31)$$

donde: todos los términos fueron explicados anteriormente salvo b_j que es un efecto aleatorio afectando al parámetro β debido a la j -ésima especie; b_i es un efecto aleatorio afectando al mismo parámetro debido al i -ésimo árbol. Todos los modelos de efectos mixtos fueron ajustados por máxima verosimilitud, seguidos por la predicción (“BLUP”, Robinson, 1991) de los efectos aleatorios. El ajuste se realizó empleando el paquete `nlme` (Pinheiro *et al.*, 2017) implementado en R (R Core Team, 2018).

Tal como lo recomendado por Salas *et al.* (2008), se emplearon funciones de varianza para modelar la estructura de los errores (Pinheiro y Bates, 2000). Todos los modelos fueron ajustados permitiendo una desviación estándar diferente para el término del error para cada predio como sigue:

$$\text{Var} (\epsilon_{ijk} \mid \mathbf{b}_j) = \sigma^2 g^2 (\mu_{ijk}, \mathbf{v}_{ijk}, \delta) , \quad (32)$$

donde: $\mu_{ijk} = E[y_{ijk} \mid \mathbf{b}_j]$, $\mathbf{v}_{ijk}$ es un vector de covariables de varianza; δ es un vector de parámetros de varianza; y $g(\cdot)$ es la función de la varianza, asumida continua en δ (Pinheiro y Bates, 2000). De esta forma, esto representa un modelo con diferentes varianzas para cada G -estrato (i.e., cada predio),

$$\text{Var} (\epsilon_{ijk}) = \sigma^2 \delta_{G_{ijk}}^2 , \quad (33)$$

correspondiendo a la función de la varianza

$$g (S_{ijk}, \delta) = \delta_{G_{ijk}} , \quad (34)$$

Siguiendo lo recomendado por Pinheiro y Bates (2000) se impuso la restricción que $\delta_1 = 1$. Las variantes del modelo de crecimiento (i.e., Ecs. 30 y 31) fueron comparados empleando el criterio de información de Akaike (AIC, Akaike, 1973) y el criterio de información bayesiano (BIC, Schwarz, 1978).

4. Resultados

Descripción de la muestra

La altura de tocón fue la variable que presentó la mayor variabilidad, lo cual se mantuvo para las especies tepa y ulmo (Cuadro 1). Por otra parte, el diámetro a la altura del pecho presentó mayor variabilidad que la altura total, tendencia que se mantuvo para todas las especies (Cuadro 1).

Cuadro 1: Estadística descriptiva de variables de estado para la muestra y segregado por especie. Estas variables han sido definidas previamente en la sección “Volúmenes” (pag. 5).

Espece	Estadístico	<i>d</i> (cm)	<i>h</i> (m)	<i>dtoc</i> (cm)	<i>htoc</i> (m)	<i>dcc</i> (cm)	<i>hcc</i> (m)
Todas (n = 160)	Mínimo	22,20	13,80	24,00	0,20	7,01	4,20
	Máximo	89,00	31,50	94,00	1,26	46,00	25,20
	Media	37,63	19,82	41,88	0,52	22,55	11,14
	Mediana	35,80	18,40	40,00	0,50	21,49	10,05
	Desv. Est.	10,26	4,01	11,01	0,22	7,78	4,22
	CV %	27,26	20,23	26,28	43,05	34,52	37,88
Canelo (n = 41)	Mínimo	28,00	13,80	28,00	0,22	12,24	5,50
	Máximo	67,00	21,70	71,00	0,72	42,10	13,70
	Media	36,58	17,43	40,71	0,46	22,15	8,93
	Mediana	34,10	17,20	40,00	0,47	21,00	9,10
	Desv. Est.	7,65	2,02	9,34	0,13	6,29	1,91
	CV %	20,91	11,60	22,93	27,89	28,40	21,34
Coihue de Chiloé (n = 40)	Mínimo	22,20	13,80	26,40	0,30	7,01	4,20
	Máximo	82,00	31,50	82,00	1,26	43,80	25,20
	Media	39,31	22,90	42,55	0,67	22,11	14,26
	Mediana	39,10	23,60	42,50	0,61	21,26	14,50
	Desv. Est.	10,56	4,76	9,91	0,27	7,85	5,75
	CV %	26,85	20,78	23,29	39,81	35,49	40,36
Tepa (n = 42)	Mínimo	24,00	14,30	26,00	0,22	11,98	7,46
	Máximo	89,00	29,80	94,00	0,96	46,00	20,30
	Media	43,60	21,23	48,34	0,60	27,56	11,77

Cuadro 1: (*continuación*)

Especie	Estadístico	d	h	$dtoc$	$htoc$	dcc	hcc
		(cm)	(m)	(cm)	(m)	(cm)	(m)
Ulmo (n = 37)	Mediana	41,75	20,85	47,50	0,57	26,00	11,32
	Desv. Est.	11,64	3,68	13,13	0,19	7,93	3,43
	CV %	26,69	17,33	27,17	31,89	28,76	29,14
	Mínimo	23,00	15,00	24,00	0,20	9,25	5,00
	Máximo	42,00	21,50	52,10	0,85	33,00	14,70
	Media	30,19	17,55	35,13	0,35	17,78	9,50
	Mediana	29,70	17,60	35,00	0,30	17,50	9,50
	Desv. Est.	4,67	1,39	6,15	0,14	5,68	2,39
	CV %	15,48	7,92	17,50	40,03	31,97	25,21

La distribución de las variables volumen total, volumen aserrado y volumen de leña tienen una distribución similar a la descrita por una función exponencial negativa, mientras que el resto de las variables presentaron una distribución más cercana a la distribución de Gauss, con cierto grado de asimetría (Fig. 4).

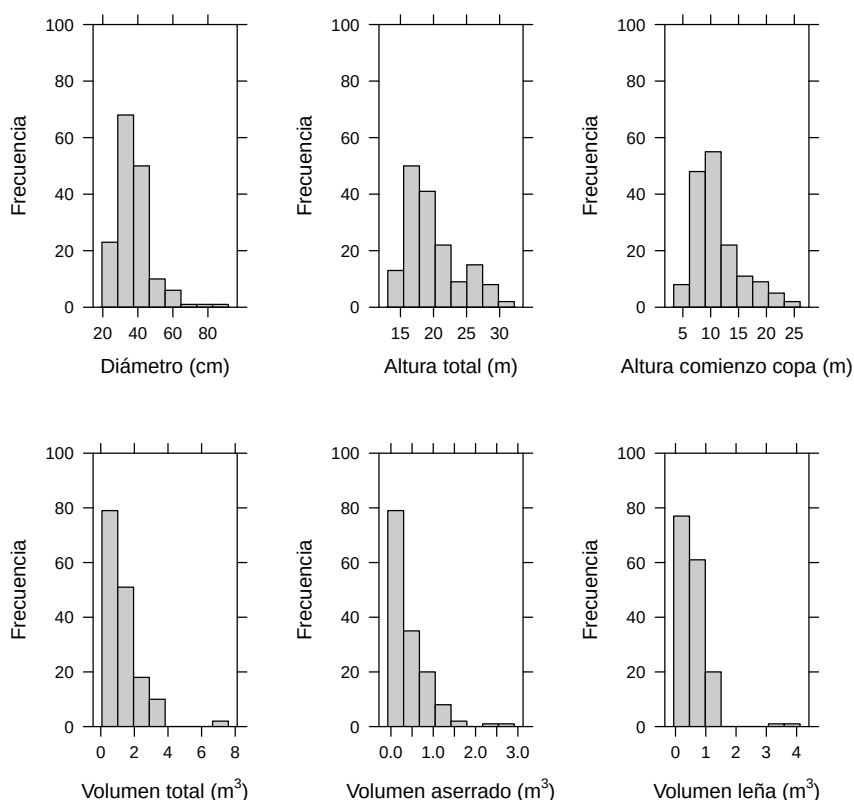


Figura 4: Distribución para algunas variables de estado de los árboles muestra.

En general, todos los volúmenes presentaron una gran variabilidad, aunque las especies coihue de Chiloé y tepa son las que abarcaron un mayor rango de volumen total y aserrado, y por el contrario canelo y ulmo muestran un menor rango para estas variables (Cuadro 2). Los valores máximos están de acuerdo a lo reportado en la literatura, sin embargo, el de ulmo es notoriamente menor al máximo volumen de la especie. Salas (2002) reporta un volumen máximo para ulmo de 6 m³ en un bosque adulto de *Nothofagus obliqua* en el centro-sur de Chile.

Cuadro 2: Estadística descriptiva de tipos de volúmenes para la muestra y segregado por especie. *vtoc* es el volumen del tocón, *vf* es el volumen del fuste, *vc* es el volumen de la copa, *v* es el volumen total, y el volumen aserrado se expresa en pulgadas madereras y en m³.

Especie	Estadístico	<i>vtoc</i> (m ³)	<i>vf</i> (m ³)	<i>vc</i> (m ³)	<i>v</i> (m ³)	Volumen aserrado (pm)	Volumen aserrado (m ³)
Todas (n = 160)	Mínimo	0,01	0,20	0,00	0,35	1,60	0,04
	Máximo	0,67	5,78	2,04	7,31	120,70	2,80
	Media	0,08	0,91	0,36	1,35	18,41	0,43
	Mediana	0,06	0,64	0,27	1,02	11,34	0,26
	Desv. Est.	0,08	0,77	0,31	1,02	18,61	0,43
	CV %	96,36	84,86	87,48	75,58	101,13	101,13
Canelo (n = 41)	Mínimo	0,03	0,30	0,04	0,50	2,00	0,05
	Máximo	0,17	1,45	1,00	2,62	24,80	0,58
	Media	0,06	0,62	0,35	1,03	10,13	0,24
	Mediana	0,05	0,57	0,30	0,88	9,00	0,21
	Desv. Est.	0,04	0,22	0,24	0,44	5,82	0,14
	CV %	59,71	36,18	66,92	42,31	57,46	57,46
Coihue de Chiloé (n = 40)	Mínimo	0,02	0,20	0,00	0,38	6,60	0,15
	Máximo	0,42	5,78	1,25	6,96	120,70	2,80
	Media	0,11	1,26	0,42	1,79	30,34	0,70
	Mediana	0,08	1,09	0,34	1,58	25,00	0,58

Cuadro 2: *(continuación)*

Especie	Estadístico	<i>vtoc</i> (m ³)	<i>vf</i> (m ³)	<i>vc</i> (m ³)	<i>v</i> (m ³)	Volumen aserrado (pm)	(m ³)
Tepa (n = 42)	Desv. Est.	0,08	0,98	0,32	1,17	20,42	0,47
	CV %	77,26	77,46	76,77	65,36	67,29	67,29
	Mínimo	0,02	0,30	0,00	0,50	4,20	0,10
	Máximo	0,67	5,50	2,04	7,31	100,40	2,33
	Media	0,12	1,27	0,46	1,86	26,66	0,62
	Mediana	0,10	1,05	0,36	1,56	16,28	0,38
	Desv. Est.	0,11	0,90	0,40	1,24	21,81	0,51
	CV %	88,19	70,60	87,19	66,54	81,82	81,82
Ulmo (n = 37)	Mínimo	0,01	0,23	0,00	0,35	1,60	0,04
	Máximo	0,10	0,91	0,64	1,34	10,53	0,24
	Media	0,03	0,44	0,18	0,66	5,13	0,12
	Mediana	0,03	0,44	0,13	0,64	4,84	0,11
	Desv. Est.	0,02	0,15	0,15	0,24	2,58	0,06
	CV %	56,70	33,31	85,58	36,60	50,43	50,43

La dispersión entre los diferentes volúmenes de interés y el diámetro a la altura del pecho muestra una relación del tipo exponencial (Fig. 5), lo cual es concordante con la literatura de biometría forestal (Prodan *et al.*, 1997; van Laar y Akça, 2007). Es importante destacar, que la variabilidad de esta tendencia general aumenta en orden creciente desde el volumen fustal, volumen aserrado, volumen de copa y el de leña.

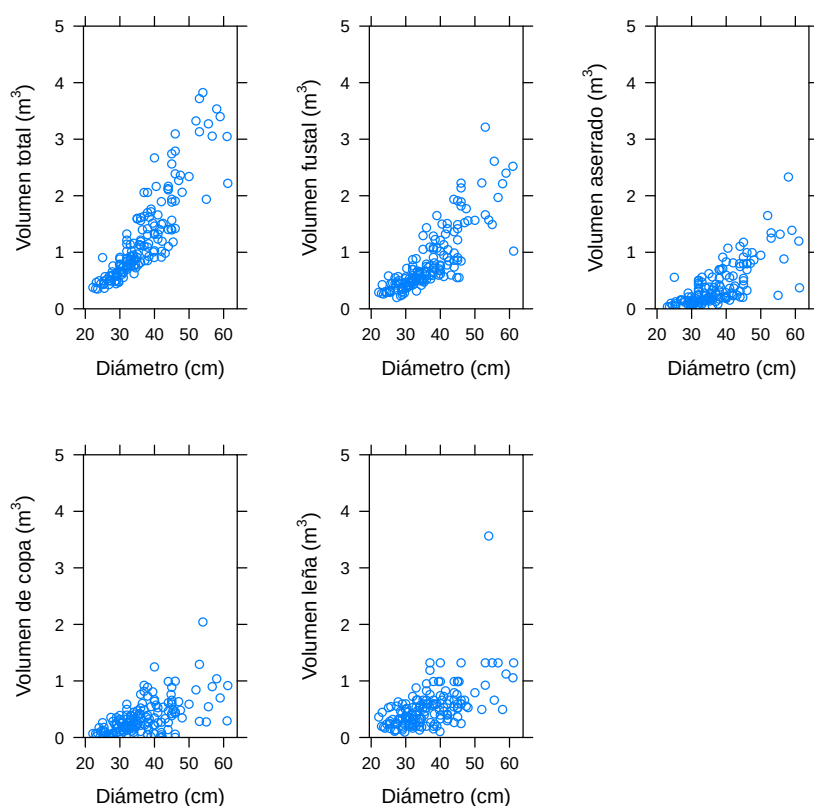


Figura 5: Gráfico de dispersión entre diferentes tipos de volúmenes y el diámetro a la altura del pecho.

El rendimiento en madera aserrada respecto al volumen fustal (*ca.vf*) fue de 38 %, mientras que respecto al volumen total (*ca.v*) fue de 25,7 %, respectivamente (Cuadro 3). La especie que mostró un mayor rendimiento de madera aserrada respecto al volumen total fue coihue de Chiloé (35,2 %), y la especie que mostró el menor rendimiento fue ulmo (15,1 %) (Cuadro 3). Nótese que se ha empleado como referencia a la mediana como medida de tendencia central, debido a que dicho estadístico no se ve afectado por valores atípicos o extremos.

La proporción del volumen de leña respecto al volumen total (*propl.v*) es de un 41,9 % para todas las especies, sin embargo, dicha proporción aumenta a un 53,4 % para ulmo, respectivamente (Cuadro 3). Debido a que la leña es un tipo de producto que se obtiene luego de haber destinado a otros productos (de mayor valor comercial) el resto del árbol, las proporciones reportadas (*propl.v*) son una aproximación a la aptitud maderera de la especie.

Cuadro 3: Estadística descriptiva de los coeficientes de aprovechamiento de madera aserrada en trozas (*ca.vt*), en el fuste (*ca.vf*) y en el total (*ca.v*) de los árboles de la muestra y segregado por especie. La proporción del volumen de leña se muestra en *propl.v*. Estos coeficientes y proporciones fueron definidos en la página 11.

Especie	Estadístico	<i>ca.vt</i> (%)	<i>ca.vf</i> (%)	<i>ca.v</i> (%)	<i>propl.v</i> (%)
Todas	n	144	144	144	160
	Mínimo	18,74	6,20	2,98	11,22
	Máximo	91,44	105,38	65,96	95,23
	Media	50,01	40,11	27,10	41,51
	Mediana	51,05	37,97	25,72	41,86
	Desv. Est.	16,36	17,84	12,67	15,68
	CV %	32,72	44,48	46,76	37,67
Canelo	n	38	38	38	41
	Mínimo	23,43	6,20	2,98	15,60
	Máximo	91,44	81,81	60,65	72,6
	Media	45,17	36,42	22,92	42,79
	Mediana	42,08	34,87	18,31	42,79
	Desv. Est.	16,02	16,45	12,56	14,82
	CV %	35,47	45,17	54,82	34,63

Cuadro 3: (continuación)

Especie	Estadístico	<i>ca.vt</i> (%)	<i>ca.vf</i> (%)	<i>ca.v</i> (%)	<i>propl.v</i> (%)
Coihue de Chiloé	n	34	34	34	40
	Mínimo	35,27	28,28	14,28	19,97
	Máximo	87,42	81,14	54,29	64,16
	Media	61,53	51,13	34,74	37,96
	Mediana	60,53	49,21	35,20	37,10
	Desv. Est.	11,90	12,87	9,38	11,55
	CV %	19,34	25,17	27,00	30,43
Tepa	n	40	40	40	42
	Mínimo	28,27	15,99	11,66	11,22
	Máximo	76,30	105,38	65,96	95,23
	Media	55,30	46,05	31,65	37,65
	Mediana	56,00	41,57	30,01	34,64
	Desv. Est.	11,86	18,92	12,50	18,16
	CV %	21,45	41,08	39,49	48,23
Ulmo	n	32	32	32	37
	Mínimo	18,74	9,83	7,96	20,33
	Máximo	78,78	45,64	35,88	94,32
	Media	36,90	25,35	18,24	48,32
	Mediana	35,11	26,54	15,15	53,79
	Desv. Est.	14,60	9,90	8,29	15,51
	CV %	39,56	39,06	45,47	32,10

Estimar el volumen de la copa asumiendo una forma cónica subestima en un 59 % el volumen real de la copa (Cuadro 4). Esta subestimación del volumen de la copa se mantiene para todas las especies, desde un 44 % a un 64 % para tepa y canelo, respectivamente (Cuadro 4).

Cuadro 4: Estadística descriptiva de la diferencia porcentual ($\Delta vc\%$) entre el volumen de copa asumiendo una forma cónica y el volumen de copa real para la muestra y segregado según especie.

Especie	Estadístico	$\Delta vc\%$
Todas (n = 153)	Mínimo	-98.37
	Máximo	1000.39
	Media	-27.23
	Mediana	-59.28
	Desv. Est.	139.66
	CV %	512.84
Canelo (n = 41)	Mínimo	-95.61
	Máximo	107.22
	Media	-55.74
	Mediana	-63.83
	Desv. Est.	36.34
	CV %	65.20
Coihue de Chiloé (n = 39)	Mínimo	-98.37
	Máximo	161.81
	Media	-47.28
	Mediana	-62.09
	Desv. Est.	53.18
	CV %	112.47
Tepa (n = 39)	Mínimo	-95.39
	Máximo	1000.39
	Media	17.82
	Mediana	-44.54
	Desv. Est.	236.91
	CV %	1329.88
Ulmo (n = 34)	Mínimo	-92.73
	Máximo	666.78
	Media	-21.54
	Mediana	-50.05
	Desv. Est.	128.20
	CV %	595.33

Si se sobrepone a la dispersión entre el volumen real de la copa y el de la punta (i.e., asumiendo una forma cónica) una recta que represente una relación 1:1, es decir que pase por el origen y tenga pendiente 1, es posible distinguir los patrones de sobre o subestimación (Fig. 6). Los puntos por sobre la recta indican subestimación, mientras que los que están bajo la recta indicarían sobreestimación. Tal como se observa en la figura 6, la nube de puntos se concentra claramente sobre la recta para todas las especies.

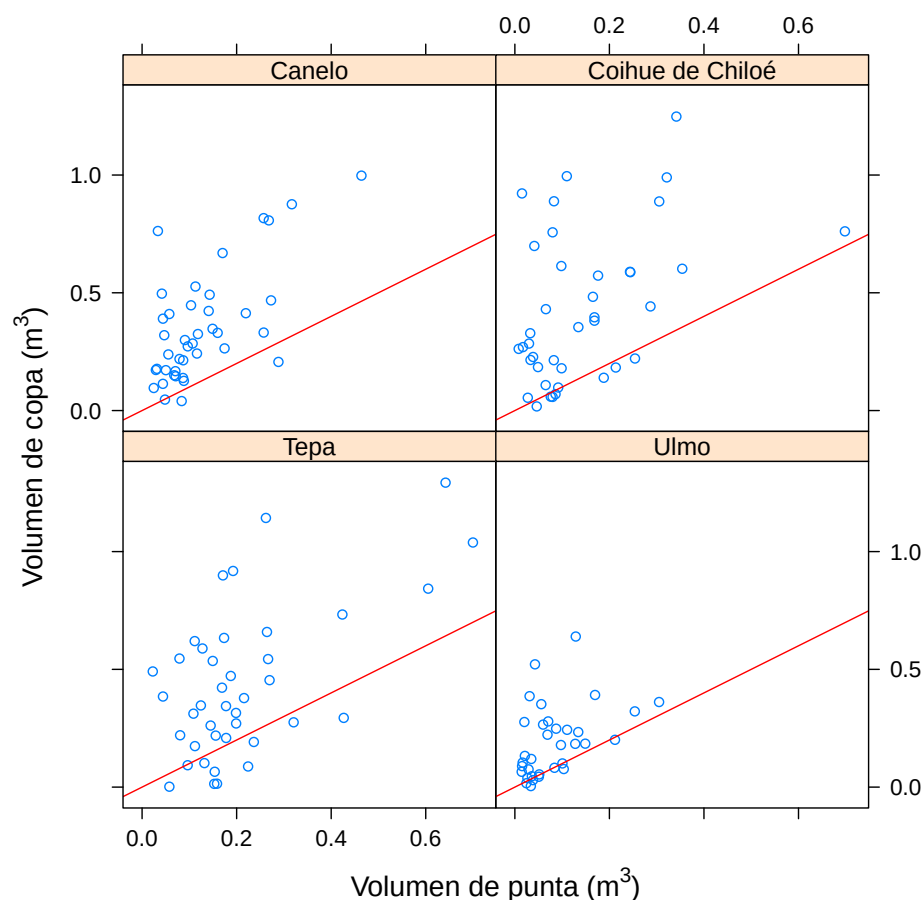


Figura 6: Gráfico de dispersión entre el volumen de copa real y el volumen de la copa estimado asumiendo una forma cónica (o de punta) por especies. La recta indica una relación 1:1.

La muestra en estudio presenta un amplio rango de edades (*age*), desde los 36 a los 383 años, con una mediana de 77 años (Cuadro 5). Las especie más longeva fue tepa (210 años), seguida por coihue de Chiloé (97 años), ulmo (71 años), y canelo (65 años), respectivamente. De las especies evaluadas, tepa fue la que presentó un mayor rango en la edad, con una edad mínima de 67 años y una edad máxima de 387 años (Cuadro 5). Tal como lo destaca Salas (2011), la diferencia entre la edad total y el número de anillos a la altura del pecho (*bha*) se puede utilizar como una aproximación del tiempo necesario para que una planta alcance los 1.3 m, lo cual se expresa (en sus siglas en inglés) como *ytbh*. En términos generales, los árboles de la muestra tardaron 5 años en alcanzar los 1.3 m de altura, sin embargo, existen marcadas diferencias entre especies. Por ejemplo, el valor de *ytbh* es de 5,5 para canelo, 6 para ulmo, 9,5 para coihue de Chiloé, y hasta 23,5 años para tepa. Estas diferencias son claramente un reflejo de las características autoecológicas de las especies.

El incremento medio anual (*ima*) en volumen es más variable que en altura (Cuadro 5). Canelo presentó el mayor valor en incremento medio anual en altura (*ima_h*) con 0,28 m/año, mientras que tepa el menor con 0,10 m/año. Respecto al incremento medio anual en volumen (*ima_v*), canelo y coihue de Chiloé presentaron los valores más altos con 0,017 y 0,015 m³/año, mientras que las restantes especies no superan los 0,008 m³/año (Cuadro 5).

Cuadro 5: Estadística descriptiva de edades y de incrementos para la muestra y por especies. Las variables son: edad total (*age*), edad a la altura del pecho (*bha*), incremento medio anual en altura (*ima_h*) e incremento medio anual en volumen (*ima_v*).

Especie	Estadístico	<i>age</i> (años)	<i>bha</i> (años)	<i>ima_h</i> (m/año)	<i>ima_v</i> (m ³ /año)
Todas (n = 139)	Mínimo	36.00	36.00	0.047	0.004
	Máximo	383.00	369.00	0.586	0.035
	Media	109.42	101.31	0.230	0.013
	Mediana	77.00	71.00	0.231	0.011
	Desv. Est	73.52	67.68	0.096	0.007
	CV %	67.19	66.80	41.709	51.532
Canelo (n = 38)	Mínimo	36.00	36.00	0.203	0.009
	Máximo	85.00	77.00	0.586	0.029
	Media	60.34	56.87	0.307	0.017
	Mediana	64.00	58.00	0.280	0.017
	Desv. Est	14.18	13.03	0.091	0.005
	CV %	23.49	22.91	29.819	31.351
Coihue de Chiloé (n = 33)	Mínimo	51.00	49.00	0.169	0.006
	Máximo	142.00	135.00	0.369	0.035
	Media	92.76	85.39	0.246	0.017
	Mediana	95.00	86.00	0.233	0.015
	Desv. Est	25.30	24.33	0.050	0.008
	CV %	27.28	28.50	20.262	46.075
Tepa (n = 35)	Mínimo	67.00	63.00	0.047	0.004
	Máximo	383.00	369.00	0.267	0.018
	Media	211.63	196.60	0.113	0.009
	Mediana	209.00	178.00	0.104	0.008
	Desv. Est	77.05	68.31	0.045	0.004
	CV %	36.41	34.74	40.269	43.853
Ulmo (n = 33)	Mínimo	45.00	43.00	0.144	0.004
	Máximo	126.00	120.00	0.371	0.019
	Media	74.18	67.33	0.249	0.009
	Mediana	73.00	67.00	0.244	0.008
	Desv. Est	16.63	16.68	0.051	0.004
	CV %	22.42	24.77	20.477	38.766

Para poder realizar estudios y análisis de crecimiento forestal, es fundamental construir series de tiempo de las variables de interés (Salas-Eljatib *et al.*, 2018). Esto es, las mediciones temporales de cada árbol muestra en el tiempo. Las tasas de crecimiento en altura y volumen muestran diferentes pendientes, así como también ciertas diferencias entre especies (Fig. 7). Claramente, tepa es la especie con mayor variabilidad en el crecimiento en altura y volumen, de las especies bajo estudio.

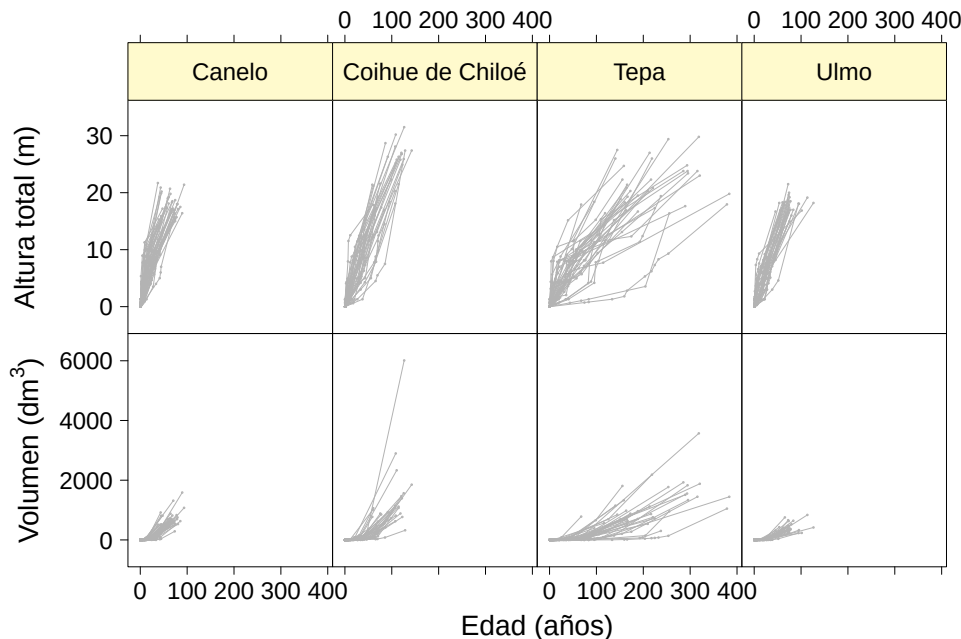


Figura 7: Series de tiempo de variables de estado altura y volumen de árboles según especie. Los puntos unidos por las mismas líneas representan a un árbol muestra. Existen 40, 34, 36 y 33 árboles para canelo, coihue de Chiloé, tepa y ulmo, respectivamente. Nótese que $1000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3$.

Modelos de volumen

En las siguientes secciones, se detallan los modelos propuestos para cada tipo de volumen: total, fustal, aserrado, copa, y leña. Además, de los parámetros estimados de cada modelo, se muestran los estadísticos de predicción, gráficos de residuales y de comportamiento de cada modelo.

Modelo de volumen total

De todos los modelos evaluados, el modelo de variables combinadas que incorpora el d_6 y a las especies como variable dummy fue el que mostró un mejor ajuste y comportamiento, y tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \ln(v_{ij}) = & \beta_0 + (\beta_1 + b_j) \ln(d_{ij}^2 h_{ij}) + \beta_2 \text{coihueChi}_{ij} + \beta_3 \text{tepa}_{ij} + \\ & \beta_4 \text{ulmo}_{ij} + \beta_5 \ln(d_{6ij}) + \beta_6 \ln(d_{ij}^2 h_{ij}) \text{coihueChi}_{ij} + \\ & \beta_7 \ln(d_{ij}^2 h_{ij}) \text{tepa}_{ij} + \beta_8 \ln(d_{ij}^2 h_{ij}) \text{ulmo}_{ij} + \epsilon_{ij}, \\ b_j \sim & \mathcal{N}(0, \sigma_b^2), \\ \epsilon_{ij} \sim & \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ij}]), \\ \text{Var}[\epsilon_{ij}] = & \Sigma[\epsilon_{ij}] = \sigma^2 \delta_{G_{ij}}^2, \end{aligned} \quad (35)$$

donde: v_{ij} es el volumen total para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m^3 ; d_{ij} es el diámetro a la altura del pecho para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en cm; h_{ij} es la altura total para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m; coihueChi_{ij} es una variable dummy que toma el valor de 1 cuando la especie del i -ésimo árbol en el j -ésimo predio es coihue de Chiloé, y asume el valor de 0 en caso contrario; tepa_{ij} es una variable dummy que toma el valor de 1 cuando la especie del i -ésimo árbol en el j -ésimo predio es tepa, y asume el valor de 0 en caso contrario; ulmo_{ij} es una variable dummy que toma el valor de 1 cuando la especie del i -ésimo árbol en el j -ésimo predio es ulmo, y asume el valor de 0 en caso contrario; d_{6ij} es el diámetro a los 6 m sobre el fuste para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en cm; $\beta_0, \dots, \beta_8$ son parámetros (coeficientes) a ser estimados; ϵ_{ij} es un término del error aleatorio del modelo; b_j es un efecto aleatorio afectando al parámetro β_1 con distribución Gaussiana con valor esperado cero y varianza σ_b^2 ; y los parámetros σ^2 y $\delta_{G_{ij}}^2$ son las varianzas de los residuales según lo explicado en §3. En este caso se empleó una varianza de los residuales que consideró

un modelo de poder para la variable volumen total, pero segregado por especie. Esto implica que el modelo propuesto considera que la varianza de los residuales varía entre especies, lo cual es favorable para la estimación de los componentes de varianza del modelo.

El resumen de los parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen total (Ec. 35) se entrega en el Cuadro 6. Al evaluar las capacidades predictivas del modelo de volumen total (Ec. 35) se observa que el modelo tiene un bajo error y es insesgado (Cuadro 7).

Cuadro 6: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen total (Ec. 35). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
	Coefficientes	Componentes de varianza
$\hat{\beta}_0$	-7,20 (0,73)***	$\hat{\sigma}_b = 0,0051$
$\hat{\beta}_1$	0,5174 (0,08)***	$\hat{\sigma} = 0,1603$
$\hat{\beta}_2$	-2,0088 (0,91)*	
$\hat{\beta}_3$	-2,1315 (0,87)*	
$\hat{\beta}_4$	-2,6037 (1,03)*	
$\hat{\beta}_5$	0,5808 (0,12)***	
$\hat{\beta}_6$	0,2100 (0,09)*	
$\hat{\beta}_7$	0,2176 (0,09)*	
$\hat{\beta}_8$	0,2587 (0,11)*	
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 7: Estadísticos de validación para el modelo de volumen total propuesto (Ec. 35).

RMSD		DA		DIFA	
(m^3)	(%)	(m^3)	(%)	(m^3)	(%)
0,240	18,993	0,026	2,033	0,158	12,490

Los residuales del modelo propuesto versus el diámetro, no muestran evidencia de heterocedasticidad, así tampoco al segregar los residuales por especie (Fig. 8), lo cual es una característica necesaria en un modelo de regresión.

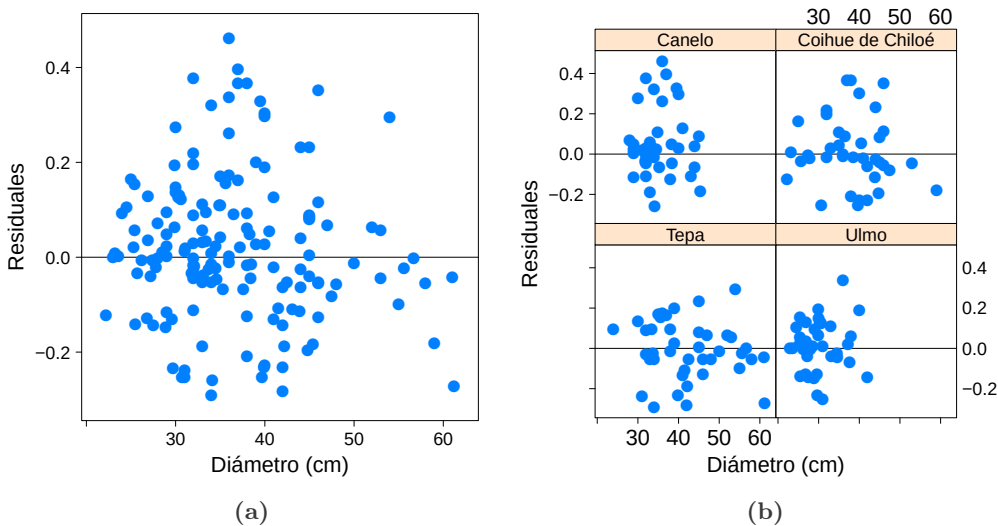


Figura 8: Residuales del modelo de volumen total propuesto (Ec. 35) versus el diámetro para (a) todas las observaciones y (b) segregado por especie.

Al emplear el modelo de volumen total propuesto con el modelo complementario de altura total, el modelo predice menores volúmenes para todas las especies, cuando los árboles se desarrollan en suelos ñadis o delgados (Fig. 9).

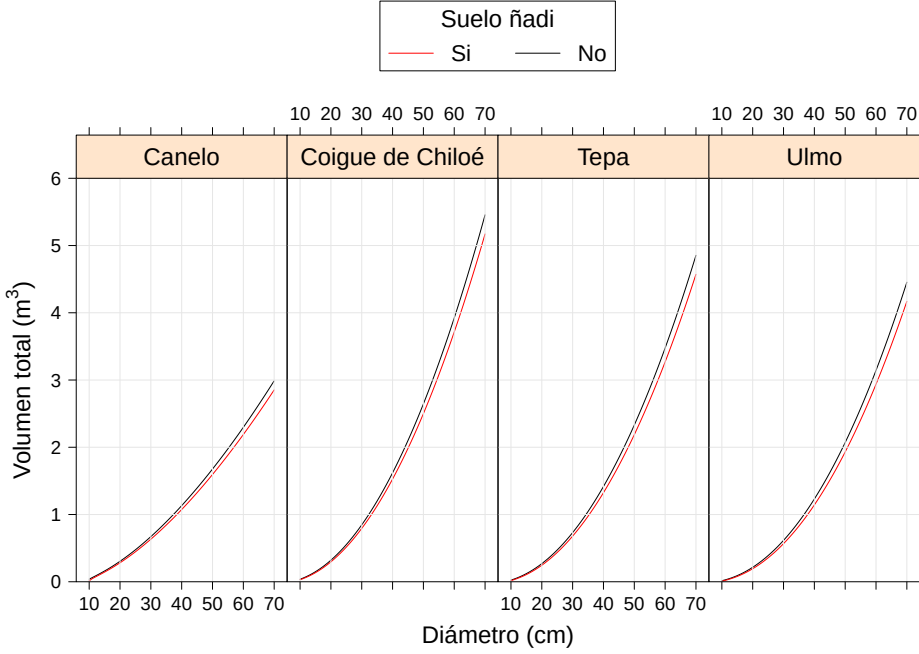


Figura 9: Comportamiento del modelo de volumen total propuesto (Ec. [35](#)) según especie. Estas curvas fueron obtenidas al estimar las variables predictoras ($\hat{h}$ y $\hat{d}_6$) mediante los modelos complementarios.

Modelo de volumen fustal

El modelo de volumen fustal posee una estructura muy similar al del volumen total, con la salvedad que ahora se emplea la altura comienzo de copa (hcc) y no la altura total (h) como variable predictora. El modelo además depende del diámetro a la altura del pecho, el diámetro fustal d_6 y la especie, como sigue:

$$\begin{aligned}
 \ln(vf_{ij}) = & \beta_0 + \beta_1 coihueChi_{ij} + \beta_2 tepa_{ij} + \beta_3 ulmo_{ij} + \\
 & (\beta_4 + b_j) \ln(d_{ij}^2 hcc_{ij}) + \beta_5 \ln(d_{6ij}) + \epsilon_{ij} \\
 b_j \sim & \mathcal{N}(0, \sigma_b^2), \\
 \epsilon_{ij} \sim & \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ij}]), \\
 \text{Var}[\epsilon_{ij}] = & \Sigma[\epsilon_{ij}] = \sigma^2 \delta_{G_{ij}}^2,
 \end{aligned} \tag{36}$$

donde: vf_{ij} es el volumen fustal para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m^3 ; hcc_{ij} es la altura total para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m; y el resto de los términos han sido descritos previamente.

El resumen de los parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen fustal (Ec. 36) se entrega en el Cuadro 8. La varianza de los residuales fue modelada con una función exponencial de la variable respuesta (Pinheiro y Bates, 2000) segregada por especie. Al igual que el modelo de volumen total, el modelo de volumen fustal tiene un bajo error y es insesgado (Cuadro 9).

Cuadro 8: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen fustal (Ec. 36). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
	Coefficientes	Componentes de varianza
$\hat{\beta}_0$	-8,544 (0,16)***	$\hat{\sigma}_b = 0,000016$
$\hat{\beta}_1$	0,088 (0,03)***	$\hat{\sigma} = 0,011$
$\hat{\beta}_2$	0,0384 (0,02)	
$\hat{\beta}_3$	-0,0039 (0,03)	
$\hat{\beta}_4$	0,61 (0,02)***	
$\hat{\beta}_5$	0,7014 (0,07)***	
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 9: Estadísticos de validación para el modelo de volumen fustal propuesto (Ec. 36). Cada uno de los estadísticos han sido definidos en Ecs. 24, 26 y 25.

RMSD		DA		DIFA	
(m^3)	(%)	(m^3)	(%)	(m^3)	(%)
0,130	15,447	0,013	1,560	0,073	8,643

Los residuales del modelo de volumen fustal versus el diámetro no muestran ningún patrón claro de violación del supuesto de homocedasticidad (Fig. 10).

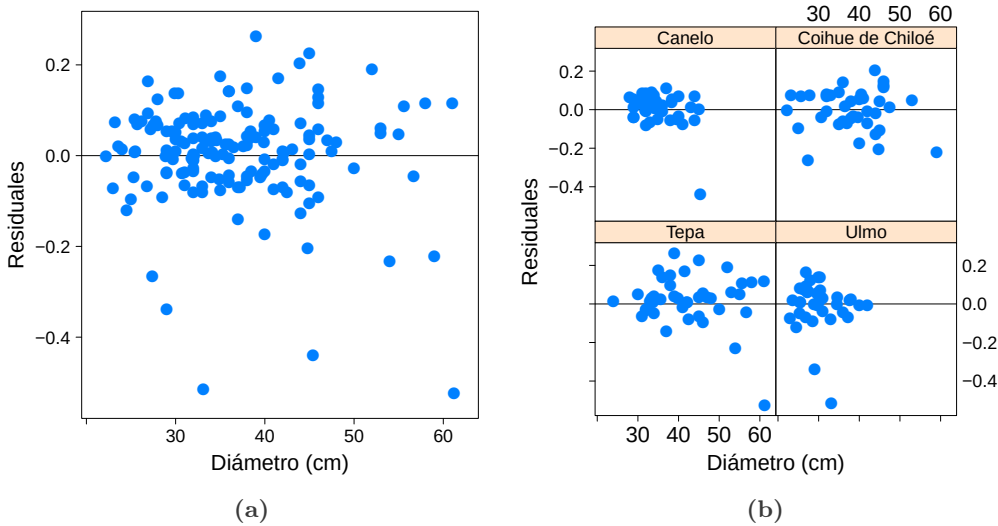


Figura 10: Residuales del modelo de volumen fustal propuesto (Ec. 36) versus el diámetro para (a) todas las observaciones y (b) segregado por especie.

El modelo de volumen fustal predice menores volúmenes cuando se usa $\widehat{hcc}$ para todos los árboles cuando estos crecen en suelos ñadis o delgados. Al igual que el modelo de volumen total (Ec. 35), el modelo de volumen fustal (Ec. 36) predice mayores volúmenes para la especie coihue de Chiloé, y menores para canelo (Fig. 11)

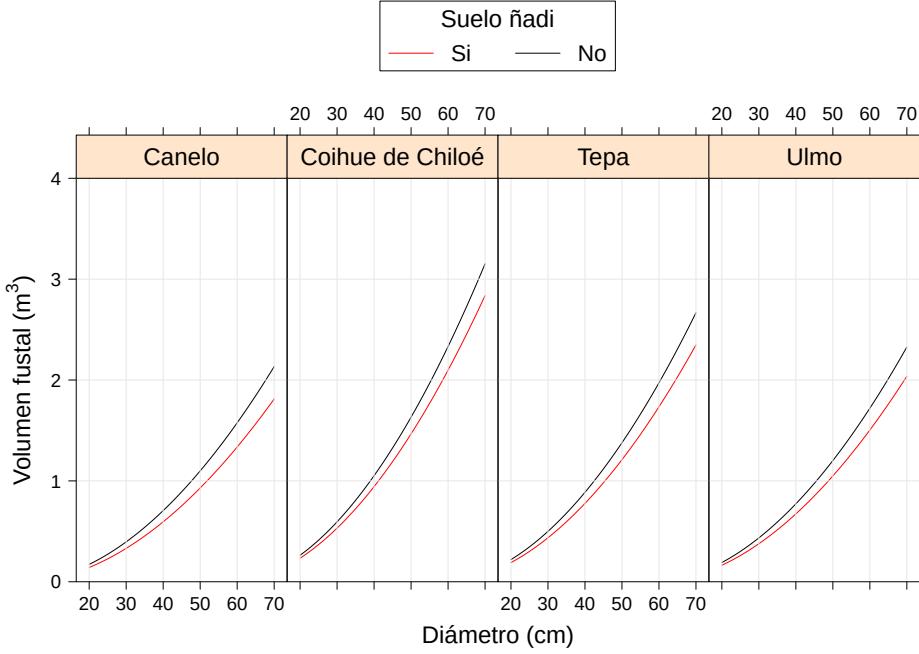


Figura 11: Comportamiento del modelo de volumen fustal (Ec. 36) según especie. Estas curvas fueron obtenidas al estimar las variables predictoras ($\widehat{hcc}$ y $\widehat{d}_6$) mediante los modelos complementarios.

Modelo de volumen aserrado

El modelo de volumen aserrado tiene la misma estructura que la del volumen fustal. El modelo depende del diámetro a la altura del pecho, el diámetro fustal d_6 , la altura comienzo de copa (hcc) y la especie, como sigue:

$$\begin{aligned}
 \ln(va_{ij}) &= \beta_0 + \beta_1 coihueChi_{ij} + \beta_2 tepa_{ij} + \beta_3 ulmo_{ij} + \\
 &\quad (\beta_4 + b_j) \ln(d_{ij}^2 hcc_{ij}) + \beta_5 \ln(d_{6ij}) + \epsilon_{ij} \\
 b_j &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2), \\
 \epsilon_{ij} &\sim \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ij}]), \\
 \text{Var}[\epsilon_{ij}] &= \Sigma[\epsilon_{ij}] = \sigma^2 \delta_{G_{ij}}^2,
 \end{aligned} \tag{37}$$

donde: va_{ij} es el volumen aserrado para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m^3 ; el resto de las variables han sido descritas previamente.

El resumen de los parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen aserrado (Ec. 37) se entrega en el Cuadro 10. Mientras que el resultado de los estadísticos para evaluar las capacidades predictivas se

muestran en el Cuadro 11. Dada la naturaleza variable del volumen aserrado, el modelo propuesto tiene mayores en predicción que los modelos de volumen total y fustal. Además, se observa que tiene un leve sesgo, tendiendo a sobrestimar el volumen aserrado (Cuadro 11).

Cuadro 10: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen aserrado (Ec. 37). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
	Coefficientes	Componentes de varianza
$\hat{\beta}_0$	-10,53 (0,59)***	$\hat{\sigma}_b = 0.00231$
$\hat{\beta}_1$	0,34 (0,13)*	$\hat{\sigma} = 0,2088$
$\hat{\beta}_2$	0,1437 (0,11)	
$\hat{\beta}_3$	-0,1193 (0,11)	
$\hat{\beta}_4$	0,6125 (0,10)***	
$\hat{\beta}_5$	1,0349 (0,24)***	
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 11: Estadísticos de validación para el modelo de volumen aserrado propuesto (Ec. 37).

RMSD		DA		DIFA	
(m^3)	(%)	(m^3)	(%)	(m^3)	(%)
0,208	51,777	-0,042	-10,376	0,131	32,615

El análisis gráfico de los residuales del modelo de volumen aserrado (Ec. 37) versus el diámetro, evidencia un comportamiento estadístico apropiado (Fig. 12).

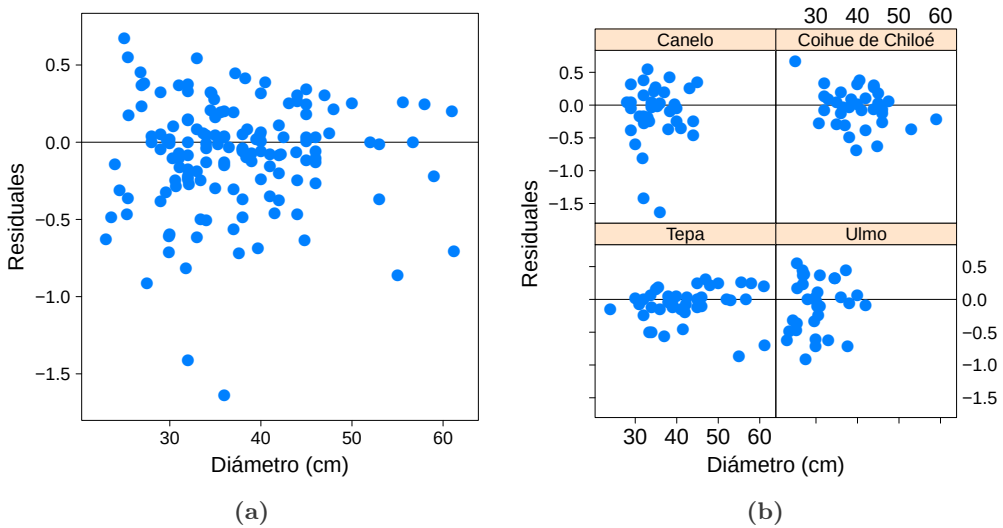


Figura 12: Residuales del modelo de volumen aserrado (Ec. 37) versus el diámetro para (a) todas las observaciones y (b) segregado por especie.

El modelo de volumen fustal predice mayores volúmenes para la especie coihue de Chiloé y menores para las especies ulmo y canelo. Al emplear la variable predictora $\widehat{hcc}$ el modelo estima menores volúmenes de aserrado para todas las especies cuando estas crecen en suelos ñadi o delgados. También se observa una mayor diferencia entre el volumen aserrado entre las especies tepa y ulmo, que anteriormente en los modelos de volumen total y fustal no era tan amplia (Fig. 13).

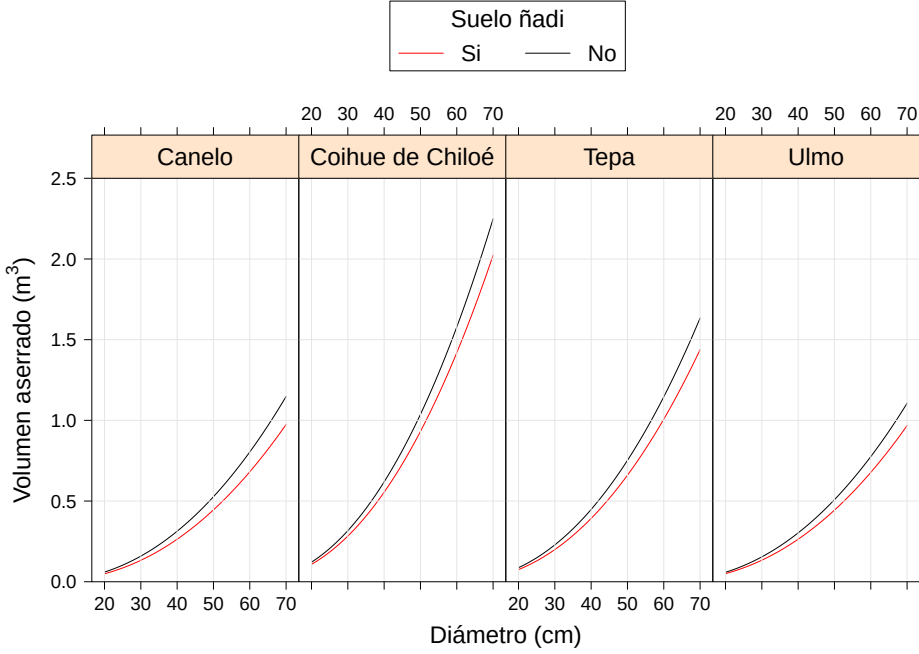


Figura 13: Comportamiento del modelo de volumen aserrado (Ec. 37) según especie. Estas curvas fueron obtenidas al estimar las variables predictoras ($\hat{hcc}$ y $\hat{d}_6$) mediante los modelos complementarios.

Modelo de volumen de copa

Este modelo de volumen depende del diámetro a altura del pecho y la especie, pero además del largo de la copa (cl). El modelo de efectos mixtos de volumen de copa es:

$$\begin{aligned} \ln(vc_{ij}) &= \beta_0 + \beta_1 coihueChi_{ij} + \beta_2 tepa_{ij} + \beta_3 ulmo_{ij} + \\ &\quad (\beta_4 + b_j) \ln(d_{ij}^2 cl_{ij}) + \epsilon_{ij} \\ b_j &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2), \\ \epsilon_{ij} &\sim \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ij}]), \\ \text{Var}[\epsilon_{ij}] &= \Sigma[\epsilon_{ij}] = \sigma^2 \delta_{G_{ij}}^2, \end{aligned} \quad (38)$$

donde: vc_{ij} es el volumen de copa para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m^3 ; cl_{ij} es el largo de la copa para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m; el resto de las variables han sido descritas previamente.

El resumen de los parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen aserrado (Ec. 38) se entrega en el Cuadro 12. El modelo de

volumen de copa presenta altos errores en la predicción, así como también tiende a subestimar dicho volumen (Cuadro 13).

Cuadro 12: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen de copa (Ec. 38). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
	Coeficientes	Componentes de varianza
$\hat{\beta}_0$	-13,03 (1,54)***	$\hat{\sigma}_b = 0.4705$
$\hat{\beta}_1$	0,1331 (0,20)	$\hat{\sigma} = 0,60253$
$\hat{\beta}_2$	-0,4070 (0,24)	
$\hat{\beta}_3$	-0,0811 (0,19)	
$\hat{\beta}_4$	1,2644 (0,17)***	
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 13: Estadísticos de validación para el modelo de volumen de copa propuesto (Ec. 38).

RMSD		DA		DIFA	
(m^3)	(%)	(m^3)	(%)	(m^3)	(%)
0,200	58,395	0,030	8,756	0,142	41,543

Los residuales del modelo muestran un patrón de heterocedasticidad cuando se analiza por especies, el cual es más acentuado para tepa (Fig. 14)

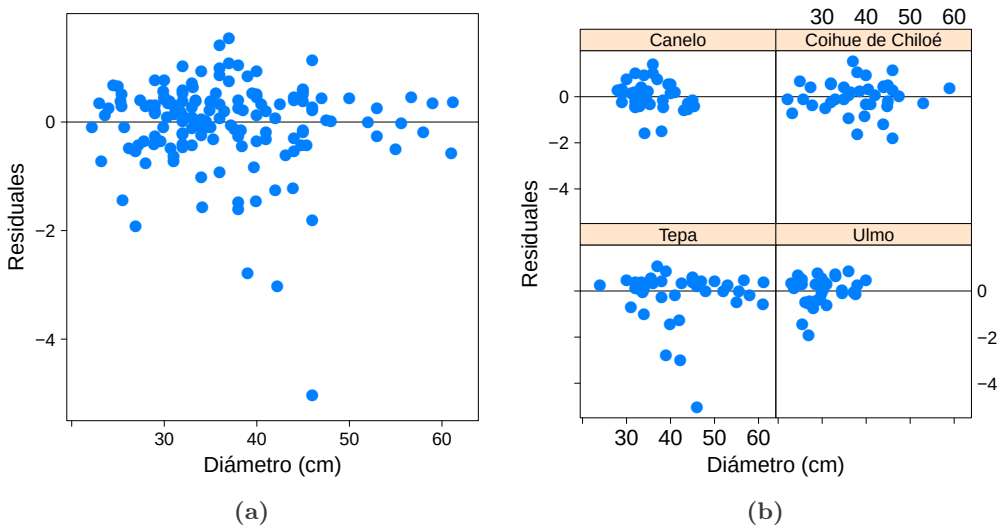


Figura 14: Residuales del modelo de volumen de copa (Ec. 38) versus el diámetro para (a) todas las observaciones y (b) segregado por especie.

El modelo de volumen de copa (Ec. 38) predice un mayor volumen para coihue de Chiloé y menor para ulmo (Fig. 15).

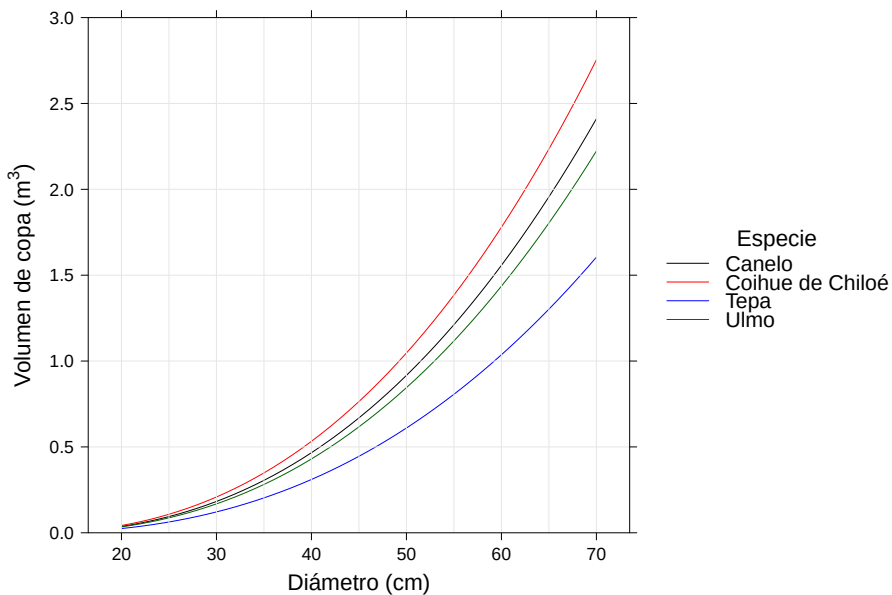


Figura 15: Comportamiento del modelo de volumen de copa (Ec. 38) según especie. Estas curvas fueron obtenidas al estimar la variable predictora ($\hat{c}_i$) mediante el modelo complementario especificado en el Anexo.

Modelo de volumen de leña

Luego de los diferentes análisis realizados, el volumen de leña se modeló sólo en función del diámetro a la altura del pecho y la altura total. El factor especie no fue estadísticamente significativo. El modelo se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}\ln(vl_{ij}) &= \beta_0 + (\beta_1 + b_j) \ln(d_{ij}^2 h_{ij}) + \epsilon_{ij}, \\ b_j &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_b^2), \\ \epsilon_{ij} &\sim \mathcal{N}(0, \text{Var}[\epsilon_{ij}]), \\ \text{Var}[\epsilon_{ij}] &= \Sigma[\epsilon_{ij}] = \sigma^2 \delta_{G_{ij}}^2,\end{aligned}\tag{39}$$

donde: vl_{ij} es el volumen de leña para el i -ésimo árbol en el j -ésimo predio, en m^3 ; el resto de las variables han sido descritas previamente.

El resumen de los parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen de leña (Ec. 39) se entrega en el Cuadro 14. Dada la naturaleza variable del volumen de leña el modelo presentó un alto error en la precisión y tiende a subestimar el volumen de leña (Cuadro 15).

Cuadro 14: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para el volumen de leña (Ec. 39). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
	Coefficientes	Componentes de varianza
$\hat{\beta}_0$	-7,8152 (0,76)***	$\hat{\sigma}_b = 0.025603$
$\hat{\beta}_1$	0,6922 (0,07)***	$\hat{\sigma} = 0,3453$
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 15: Estadísticos de validación para el modelo de volumen de leña (Ec. 39).

RMSD		DA		DIFA	
(m^3)	(%)	(m^3)	(%)	(m^3)	(%)
0,239	46,967	0,034	6,701	0,180	35,257

Los residuales del modelo de volumen de leña (Ec. 39) versus el diámetro no muestra un patrón de heterocedasticidad (Fig. 16).

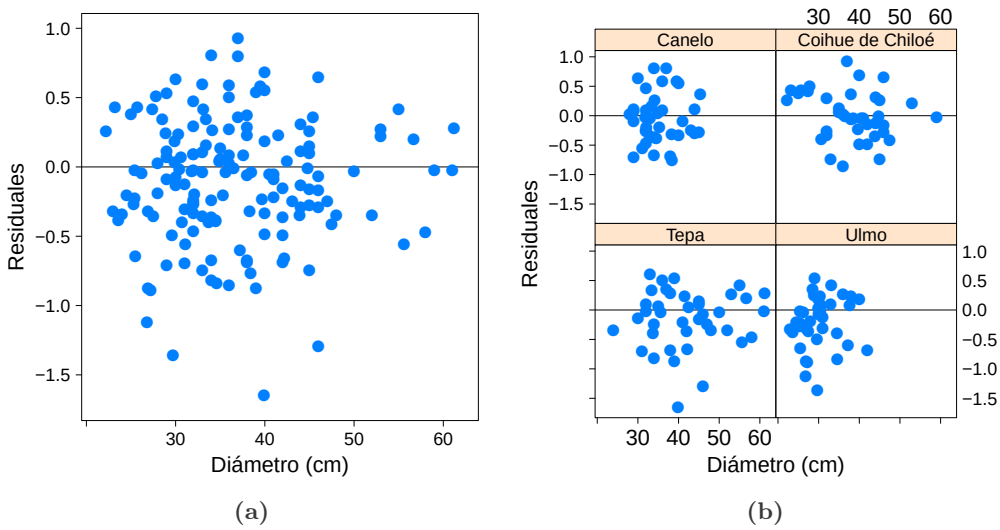


Figura 16: Residuales del modelo de volumen de leña (Ec. 39) versus el diámetro para (a) todas las observaciones y (b) segregado por especie.

En el modelo de volumen de leña la variable especie no fue estadísticamente significativa, sin embargo, al emplear el modelo complementario de altura total, dicho modelo predice mayores volúmenes de leña para coihue de Chiloé y menores para canelo (Fig. 17).

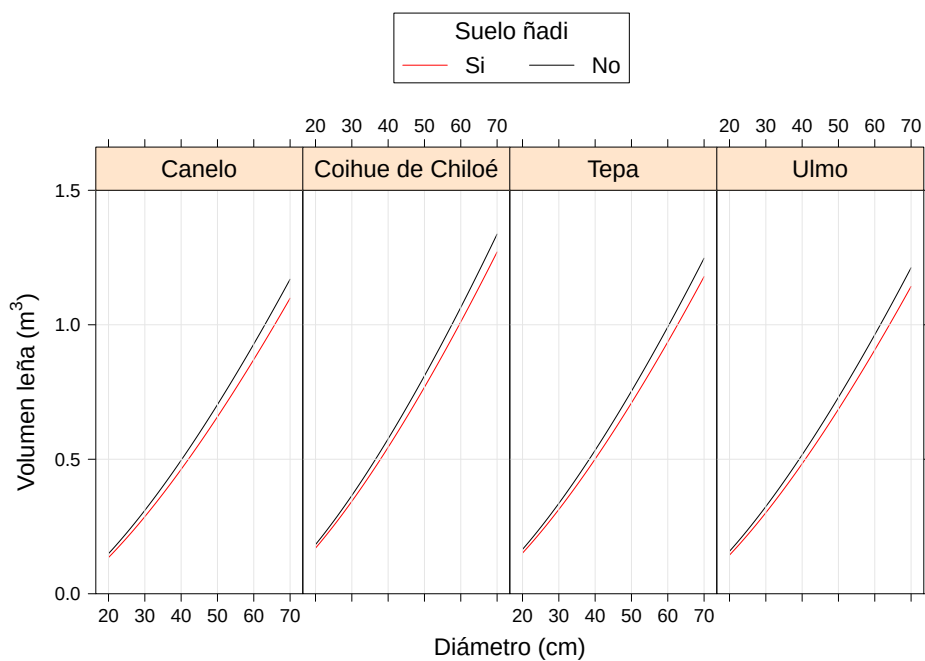


Figura 17: Comportamiento del modelo de volumen de leña (Ec. 39) según especie. Estas curvas fueron obtenidas al estimar la variable predictora ($\hat{h}$) mediante el modelo complementario especificado en el Anexo.

Modelos de crecimiento

Modelo de crecimiento en altura

Tal como se explicó en la metodología (§3), se ajustaron diferentes variantes de modelos de efectos mixtos a la estructura de la función de crecimiento base (Ec. 29). Estas variantes corresponden a diferentes alocaiones de los efectos aleatorios a los parámetros fijos del modelo, así como también se modela la varianza de los residuales. Los parámetros estimados del modelo de crecimiento en altura propuesto se describe a continuación en el Cuadro 16.

Cuadro 16: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para la variable respuesta crecimiento en altura (Ec. 30). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
Coeficientes		Componentes de varianza
$\hat{\alpha} = 60,7978$	(8,6534)	$\hat{\sigma}_{b_j} = 10,098$
$\hat{\beta} = 0,002602$	(0,0005)	$\hat{\sigma}_{b_i} = 7,5995$
$\hat{\gamma} = 1,16036$	(0,0279)	$\hat{\sigma} = 2,8716$

El comportamiento del modelo de crecimiento en altura, en términos del valor esperado a nivel de árbol y empleando los efectos aleatorios predichos en el ajuste de máxima verosimilitud del modelo se muestran en la Fig. 18. Se destaca el buen nivel de comportamiento del modelo, ya que representa de muy buena forma la tendendencia del crecimiento en altura de los árboles muestra.

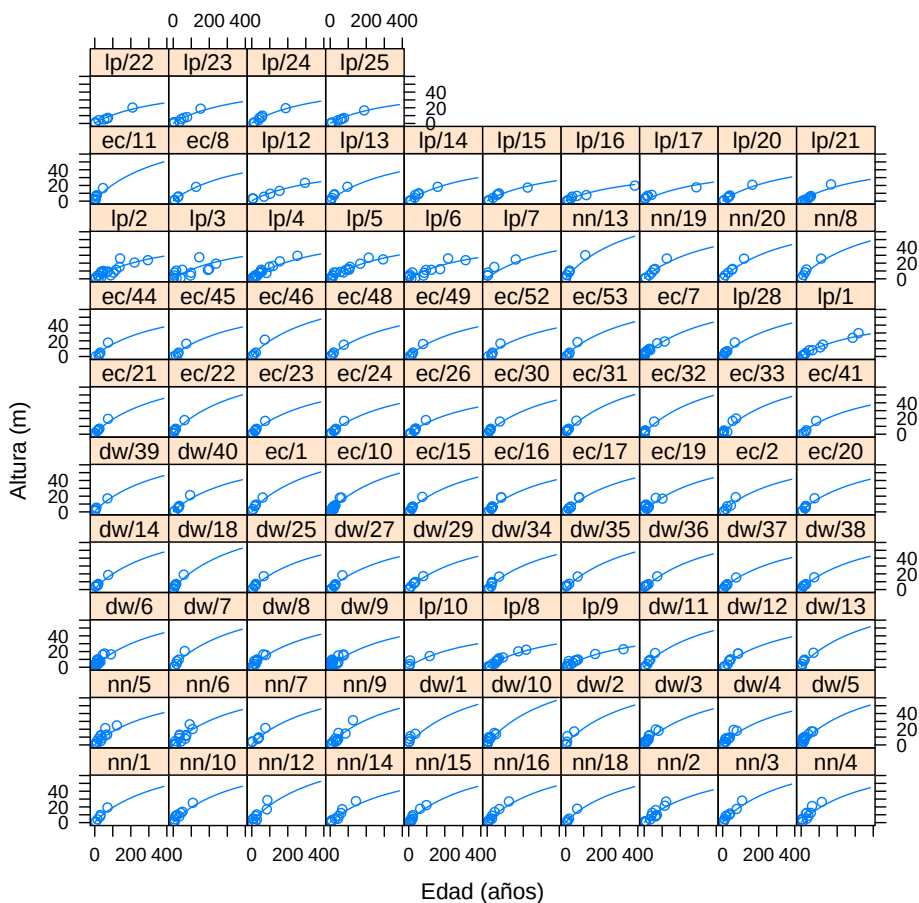


Figura 18: Crecimiento en altura predicho (curva) por el modelo de efectos mixtos (Ec. 30) y valores observados (círculos), cada panel representa a un árbol. Las primeras dos letras de cada panel es un acrónimo de la especie (dw: canelo, nn: coihue de Chiloé, lp: tepa, y ec: ulmo) y el número que lo sigue es el identificador numérico del árbol.

En términos aplicados, para el uso del modelo propuesto en nuevos árboles, sólo se conocerán los efectos fijos, aunque se puede obtener predicciones a nivel de especie también, empleando las predicciones tipo BLUP especificadas en [Salas *et al.* \(2008\)](#). Un gráfico de comportamiento donde se muestran estos tres tipos de predicciones: sólo factores fijos, por especie, y a nivel de árbol se muestra en la Fig. 19.

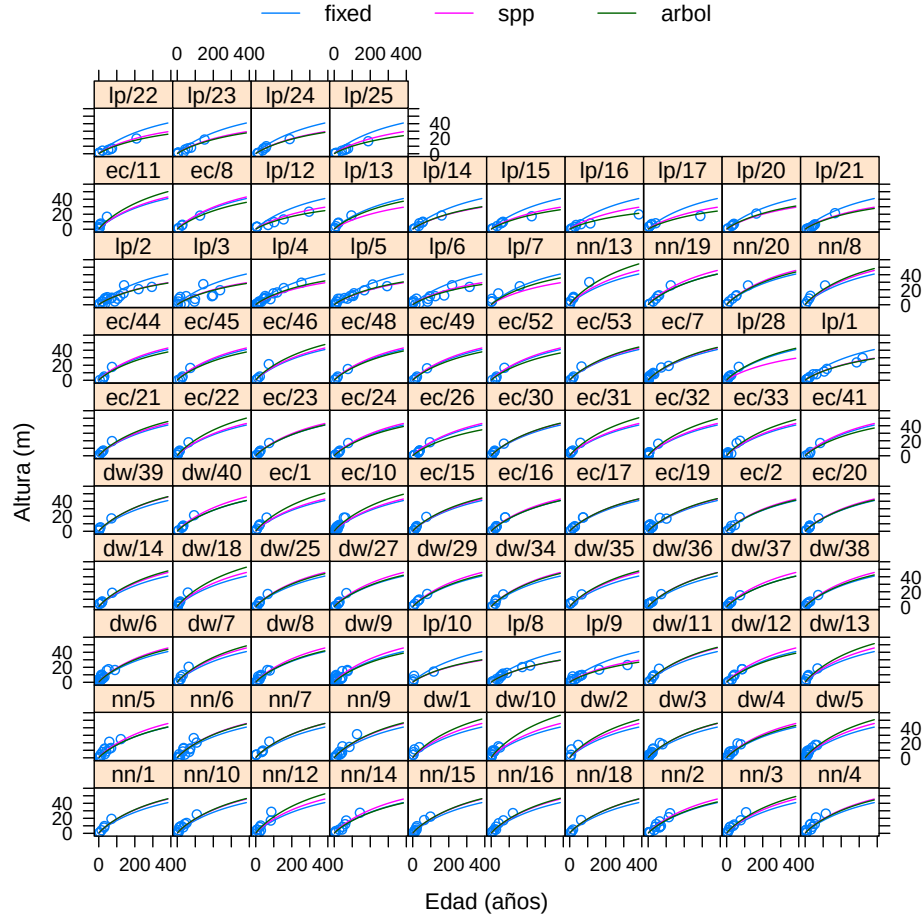


Figura 19: Crecimiento en altura predicho por el modelo de efectos mixtos al asumir el conocimiento: de los efectos aleatorios (curva “arbol”), el de la especie del árbol (curva “spp”) y sólo los efectos fijos (curva “fixed”). Los valores observados para cada árbol se representan con círculos. Cada panel representa a un árbol. Las primeras dos letras de cada panel es un acrónimo de la especie (dw: canelo, nn: coihue de Chiloé, lp: tepa, y ec: ulmo) y el número que lo sigue es el identificador numérico del árbol.

Modelo de crecimiento en volumen

Las tasas de crecimiento en volumen muestran diferentes pendientes, así como también algunas diferencias entre especies (Fig. 7). Tapa es la especie con mayor variabilidad en el crecimiento en volumen de las especies estudiantes en la presente investigación.

Tal como se realizó con el modelo de crecimiento en altura, se ajustaron diferentes variantes de modelos de efectos mixtos a la estructura de la función de crecimiento base (Ec. 29). Estas variantes corresponden a diferentes alocaiones de los efectos aleatorios a los parámetros fijos del modelo, así como también se modela la varianza de los residuales. Los parámetros estimados del modelo de crecimiento en volumen propuesto se muestran en el Cuadro 17.

Cuadro 17: Parámetros estimados del modelo de efectos mixtos para la variable respuesta crecimiento en volumen (Ec. 31). Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar de los parámetros estimados.

Parámetros estimados		
Coeficientes		Componentes de varianza
$\hat{\alpha}=4062,8$	(342,5)	$\hat{\sigma}_{b_j} = 0,00040587$
$\hat{\beta}=0,0021787$	(0.00037)	$\hat{\sigma}_{b_i} = 0,00024842$
$\hat{\gamma}=0,95701$	(0,1)	$\hat{\sigma} = 58,739$

El comportamiento del modelo de crecimiento en volumen, en términos del valor esperado a nivel de árbol y empleando los efectos aleatorios predichos en el ajuste de máxima verosimilitud del modelo se muestran en la Fig. 20. Se destaca el buen nivel de comportamiento del modelo en términos de seguir apropiadamente a las tasas de crecimiento en volumen de los árboles muestra.

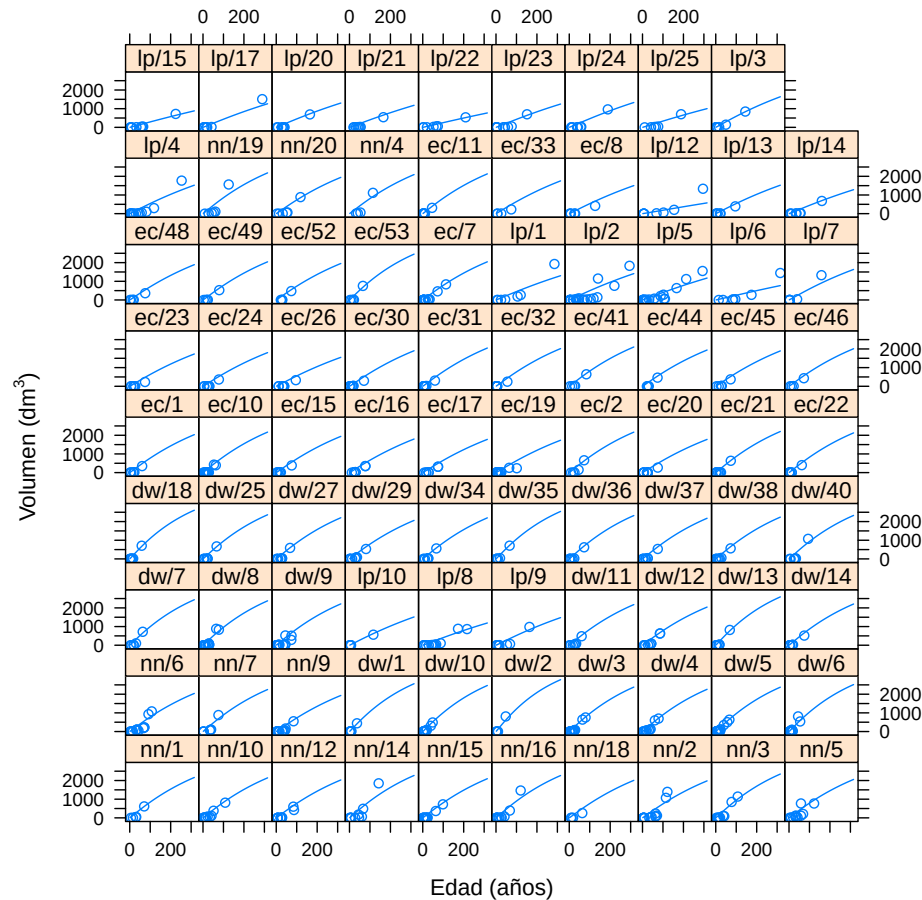


Figura 20: Crecimiento en volumen predicho (curva) por el modelo de efectos mixtos (Ec. 29) y valores observados (círculos) por árbol muestra. Cada panel representa a un árbol. Las primeras dos letras de cada panel es un acrónimo de la especie (dw: canelo, nn: coihue de Chiloé, lp: tepa, y ec: ulmo) y el número que lo sigue es el identificador numérico del árbol.

En términos aplicados, para el uso del modelo propuesto en nuevos árboles, sólo se conocerán los efectos fijos, aunque se puede obtener predicciones a nivel de especie también, empleando las predicciones tipo BLUP especificadas en [Salas *et al.* \(2008\)](#). Un gráfico de comportamiento donde se muestran estas tres tipos de predicciones: sólo factores fijos, por especie, y a nivel de árbol se muestra en la Fig. [19](#).

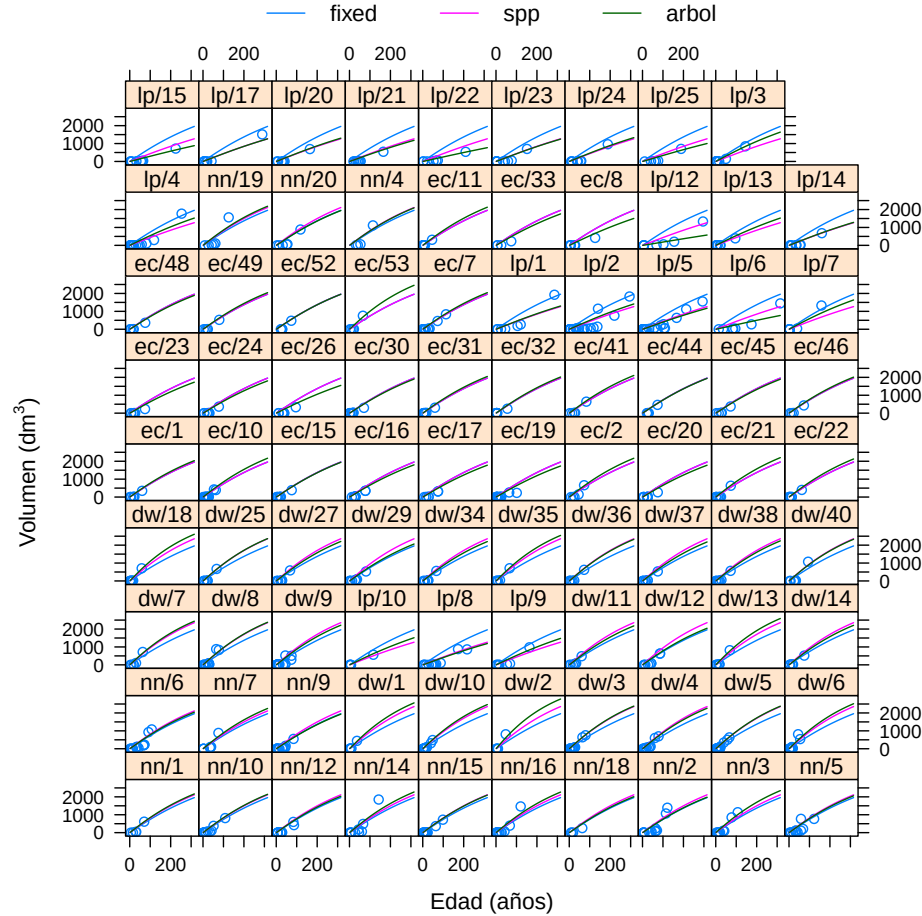


Figura 21: Crecimiento en volumen predicho por el modelo de efectos mixtos al asumir el conocimiento: de los efectos aleatorios (curva “arbol”), el de la especie del árbol (curva “spp”) y sólo los efectos fijos (curva “fixed”). Los valores observados para cada árbol se representan con círculos. Cada panel representa a un árbol. Las primeras dos letras de cada panel es un acrónimo de la especie (dw: canelo, nn: coihue de Chiloé, lp: tepa, y ec: ulmo) y el número que lo sigue es el identificador numérico del árbol.

5. Discusiones

Destaca el amplio rango y variabilidad de las variables de estado a nivel de árbol. La altura del tocón presenta la mayor variabilidad, lo cual es esperado ya que la altura de corte del tocón, se concentra en valores lo más cercanos al nivel del suelo posible, y esta afectada por la habilidad del motoserrista forestal y la forma del fuste en la base del árbol. Al analizar esta variable por especie, se aprecia que coihue de Chiloé y ulmo son las de mayor variabilidad. Por otra parte, la altura total fue menos variable que el diámetro a la altura del pecho lo cual también era de esperar dado la relación alométrica altura-diámetro (Niklas, 1994; Henry y Aarssen, 1999). Sin embargo, esta variabilidad reducida de la altura en términos de la variación del diámetro, se ve acentuada en el presente estudio debido a que éste abarcó suelos ñadis o delgados, que no son óptimos para el crecimiento de los árboles. Estos suelos son delgados y presentan distintos grados de cementación (Schlatter *et al.*, 2003), y generalmente tienen condiciones de drenaje impedido (Grez, 1993). Por tanto, para árboles que crecen en estos suelos, para un mismo rango de altura se pueden observar diámetros de una mayor amplitud. Esta tendencia se ve aún más acentuada para canelo y ulmo.

Los modelos propuestos son adecuados para la estimación de los volúmenes de interés (i.e., volumen total, fustal, aserrado, copa y leña) considerando la amplia variabilidad de estas variables en especies del bosque nativo. Desde el punto de vista de las capacidades predictivas, los mejores modelos fueron los de volumen fustal y volumen total con altos niveles de precisión (16 y 19 % en *RMSD*, respectivamente). Los niveles de exactitud muestran que ambos modelos tienden a subestimar levemente el volumen ($< 2\%$). En contraste, los modelos de volumen de copa, volumen aserrado y volumen de leña presentaron bajos niveles de precisión ($RMSD > 44\%$). Además, los modelos de copa y de leña tienden a subestimar el volumen (9 % y 7 %, respectivamente), mientras que el modelo de volumen aserrado tiende a sobrestimar (por un 10,4 %). No obstante, al evaluar gráficamente el comportamiento esperado de los modelos propuestos, se aprecia que concuerdan con el conocimiento silvícola de dichos volúmenes.

Los modelos complementarios desarrollados (i.e., de altura total, altura comienzo de copa, diámetro fustal a los 6m, largo de copa) aseguran un buen desempeño de los modelos de volumen propuestos (Anexo pag. 64). Estas variables predictoras (i.e., las que son predichas por los modelos complementarios) son difíciles y costosas de medir en terreno, por lo que generalmente también deberán ser estimadas. Es por lo anterior, que en la presente investigación se le dio interés a estos modelos auxiliares, ya que generalmente en estudios centrados en el volumen, sólo se hace hincapié en la estimación del volumen, pero no en la estimación de variables predictoras de dichos modelos.

Considerar el tipo de suelo donde crecen los árboles, produce una mejora en la predicción de los modelos, y en el comportamiento biológico de éstos. Los modelos complementarios que incorporan como variable predictora a la variable dummy tipo de suelo (ñadi-delgado o no), producen que los modelos de volumen propuestos predigan menores volúmenes para todas las especies. Esto es coherente con el conocimiento biológico del crecimiento de árboles, ya que suelos de perfil poco profundo (e.g., < 90cm) o que presentan exceso de agua no permiten que las raíces de los árboles se desarrollen y crezcan en condiciones óptimas, y por lo tanto, el crecimiento en la parte aérea (i.e., tronco y copa) también se ve afectado.

El rendimiento medio de madera aserrada que puede generar un árbol respecto al volumen total fue de un 26 %, es decir, un cuarto del volumen total (bruto) se convierte en madera aserrada. Sin embargo, al analizar este rendimiento por especie, se encontró que coihue de Chiloé presentó el mayor rendimiento (35,2 %), mientras que ulmo fue la especie que presentó el menor rendimiento (15,2 %). Los bajos valores de rendimiento se debe a que los árboles muestra provenían de predios que no tenían previo manejo silvícola, por tanto muchos árboles presentan problemas de sanidad y forma. Así también la muestra de árboles no fue dirigida hacia los árboles con las mejores características madereras. Por el contrario, se seleccionaron árboles de diferentes clases de calidad y dimensiones para representar la variabilidad de rendimiento en madera aserrada de las especies evaluadas. Esto asegura ser una muestra representativa de lo que actualmente es posible encontrar en bosques no manejados.

El volumen de copa habría sido subestimado en estudios anteriores. Luego de medir de forma correcta el volumen de la copa, y al comparar con el volumen que se calcula al asumir una forma cónica para esta, se observa claramente que este último subestima en un 59 % el volumen real de la copa (Cuadro 4). Esta subestimación se mantiene para todas las especies evaluadas siendo mayor para canelo y menor para tepa. Este resultado indica que hasta ahora los modelos de volumen empleados en estas especies (e.g., modelos de volumen recopilados en Drake *et al.*, 2003), subestimarían el volumen de la copa y por tanto el volumen total de un árbol, y en definitiva de un bosque. Si se considera además que la relación existente entre el volumen y la biomasa, y de esta con el carbono (Gayoso y Guerra, 2005), se podría esperar una subestimación del carbono de los bosques nativos, sobre todo los dominados por especies latifoliadas, donde el fuste es delicuescente.

El crecimiento en volumen fue más variable que el crecimiento en altura. Dada la mayor variabilidad del volumen, dicho crecimiento fue más difícil de modelar que el crecimiento en altura. Sin embargo, ambos modelos predicen apropiadamente la evolución de dichas variables en el tiempo. Las especies evaluadas presentaron en general un incremento medio anual en volumen (ima_v) acorde a las especies del tipo forestal siempreverde. Esta situación se acentúa para tepa y ulmo donde el ima_v no supera los 0,008 m³/año. Respecto al incremento medio anual en altura (ima_h), canelo presentó el valor más alto, lo cual atribuye a que esta muestra para canelo en general proviene de renovales y por tanto fue la especie con menor edad.

Al analizar el comportamiento biológico de estas variables se observó que el ritmo de crecimiento entre la altura y el volumen es muy distinto, alcanzando la altura un comportamiento asintótico a más temprana edad que el volumen.

6. Conclusiones

Los modelos de volumen propuestos consideran la variación entre especies, a excepción del modelo de volumen de leña para el cual no fue necesaria estadísticamente, demostrando las diferencias alométricas entre ellas.

La incorporación de un diámetro fustal (d_6), mejora las estimaciones de los modelos de total, fustal y aserrado, explicando en gran parte la variación en volumen debido a la forma de los árboles.

Cubicar la copa de los árboles de forma tradicional (i.e., asumiendo una forma cónica) subestima el volumen real de la copa en un 59 %. Estas diferencias son aún más acentuadas por especie pudiendo ser de un 64 y 44 % para canelo y tepa, respectivamente.

El modelo no-lineal de crecimiento ajustado mediante modelos de efectos mixtos, describe apropiadamente las tasas de crecimiento en altura y volumen de las especies evaluadas, y además considera la estructura jerárquica de los datos.

Literatura citada

- Akaike H. 1973. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In Petrov BN, G Czaki eds. Second International Symposium on Information Theory. Budapest, Hungary. Akademiai Kiadó. p. 267–281.
- Avery TE, HE Burkhart. 2002. Forest Measurements. 5th edition. New York, USA. McGraw-Hill. 456 p.
- Bannister JR, CE Le Quesne, A Lara. 2008. Estructura y dinámica de bosques de *Pilgerodendron uviferum* afectados por incendios en la Cordillera de la Costa de la Isla Grande de Chiloé. *Bosque* 29:33–43.
- Canavos GC. 1988. Probabilidad y Estadística. Aplicaciones y Métodos. México, D.F., México. McGraw-Hill. 651 p.
- Carrasco J. 1986. Estudio comparativo de dos métodos para evaluar la calidad a árboles en pie y para representar la forma del fuste en el bosque siempreverde Valdiviano. Tesis Ingeniero Forestal. Valdivia, Chile. Universidad Austral de Chile. 117 p.
- CONAF. 2014. Catastro de los Recursos Vegetacionales Nativos de Chile. Monitoreo de Cambios y Actualizaciones al año 2013. Santiago, Chile. CONAF, Departamento Monitoreo de Ecosistemas Forestales. 35 p.
- Corvalán P. 1980. Tamaño óptimo de parcelas de muestreo distribuidas sistemáticamente en retículo cuadrado en inventarios de bosque nativo. *Ciencias Forestales* 2(1):37–44.
- Corvalán P, L Araya, S Blanco, F Cox. 1987a. El canelo: una alternativa de desarrollo para la X región. Volumen III Metodología, Fondo de Investigación Agraria y Universidad de Chile, Santiago, Chile. 145 p.
- Corvalán P, L Araya, M Jimenez. 1987b. El canelo: una alternativa de desarrollo para la décima región. Santiago, Ministerio de Agricultura, Universidad de Chile. Vol II.
- Díaz-Vaz JE, H Poblete, R Juacida, F Devlieger. 2002. Maderas comerciales de Chile. Valdivia, Chile. Marisa Cuneo Ediciones. 126 p.
- Donoso C. 1981. Tipos forestales de los bosques nativos de Chile. In-

- vestigación y Desarrollo Forestal (CONAF/PNUD/FAO), Documento de Trabajo No. 38 (Publicación FAO). 70 p.
- Donoso C. 1989a. Antecedentes básicos para la silvicultura del tipo forestal siempreverde. *Bosque* 10(1):37–53.
- Donoso C. 1989b. Regeneración y crecimiento en el tipo forestal siempreverde costero y andino tras distintos tratamientos silviculturales. *Bosque* 10(2):53–64.
- Donoso C. 1995. Bosques templados de Chile y Argentina: Variación, estructura y dinámica. 3rd edition. Santiago, Chile. Editorial Universitaria. 484 p.
- Donoso C, D Alarcón, P Donoso, B Escobar, A Zúñiga. 2006a. *Laureliopsis philippiana*. In Donoso C (ed.) Las especies arbóreas de los bosques templados de Chile y Argentina. Autoecología. Valdivia, Chile. Marisa Cuneo Ediciones. p. 302–313.
- Donoso C, P Donoso, M González, V Sandoval. 1999. Los bosques siempreverdes. In Donoso C, A Lara eds. Silvicultura de los bosques nativos de Chile. Santiago, Chile. Editorial Universitaria. p. 297–339.
- Donoso C, B Escobar. 2006. *Nothofagus nitida*. In Donoso C (ed.) Las especies arbóreas de los bosques templados de Chile y Argentina. Autoecología. Valdivia, Chile. Marisa Cuneo Ediciones. p. 462–470.
- Donoso C, B Escobar, P Donoso, F Utreras. 2006b. *Drimys winteri* J. R. et G. Forster. In Donoso C (ed.) Las especies arbóreas de los bosques templados de Chile y Argentina. Autoecología. Valdivia, Chile. Marisa Cuneo Ediciones. p. 220–232.
- Donoso PJ. 2002. Structure and growth in coastal evergreen forests as the bases for uneven-aged silviculture in Chile. Ph.D. dissertation. Syracuse, NY, USA. State Univ. of New York. 256 p.
- Donoso PJ, RD Nyland. 2005. Seeding density according to structure, dominance and understory cover in old-growth forest stands of the evergreen forest type in the coastal range of Chile. *Rev. Chilena de Historia Natural* 78(1):51–63.
- Donoso PJ, DP Soto, RA Bertín. 2007. Size-density relationships in *Drimys winteri* secondary forests of the Chiloe Island, Chile: Effects of physiography and species composition. *Forest Ecology and Management* 239(1–3):120–127.
- Drake F, P Emanuelli, E Acuña. 2003. Compendio de funciones dendrométri-

- cas del bosque nativo. Santiago, Chile. Universidad de Concepción y Proyecto de Conservación y Manejo Sustentable del Bosque Nativo (CONAF-KfW-DED-GTZ). 196 p.
- Esse CR, CO Navarro, JC Pinares. 2007. Curvas de índice de sitio para *Nothofagus dombeyi* en la zona preandina, provincia de Cautín, IX Región, Chile. *Bosque* 28(2):142–151.
- Figueroa JA, CH Lusk. 2001. Germination requirements and seedling shade tolerance are not correlated in a Chilean temperate rain forest. *New Phytologist* 152(3):483–489.
- García O. 1979. Modelling stand development with stochastic differential equations. In Elliott, D.A. (ed.) Mensuration for management planning of exotic forest plantations, FRI Symposium No. 20. Forest Research Institute, Rotorua, New Zealand. New Zealand Forest Service. p. 315–333.
- García O. 1983. A stochastic differential equation model for the height growth of forest stands. *Biometrics* 39(4):1059–1072.
- Gayoso J, J Guerra. 2005. Contenido de carbono en la biomasa aérea de bosques nativos de Chile. *Bosque* 26(2):33–38.
- Gregoire TG. 1987. Generalized error structure for forestry yield models. *Forest Science* 33(2):423–444.
- Gregoire TG, O Schabenberger. 1996a. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *J. Appl. Stat.* 23(2/3):257–271.
- Gregoire TG, O Schabenberger. 1996b. Nonlinear mixed-effects modeling of cumulative bole volume with spatially correlated within-tree data. *J. Agric. Biol. Environ. Stat.* 1:107–119.
- Greze R. 1993. Los suelos ñadis ¿Suelos agropecuarios o forestales? In Greze R (ed.) Suelos Forestales. Boletín No. 10 de la Sociedad Chilena de Ciencias Forestales. p. 200–208.
- Guerra E, C Navarro, F Celis, R Souter. 2011. Clasificación de árboles en pie. Maderas - Especies latifoliadas. Clasificación visual de árboles en pie de bosques secundarios nativos de las especies coigue, raulí y roble. Norma NCh 3222-2010. Universidad Católica de Temuco, Temuco, Chile. 23 p.
- Gutiérrez A. 2002. Aplicación de una metodología dendroecológica en un rodal del tipo forestal siempreverde en la isla grande de Chiloé. Tesis Ingeniero Forestal. Santiago, Chile. Universidad de Chile. 57 p.
- Gutiérrez AG, JJ Armesto, JC Aravena, M Carmona, NV Carrasco,

- DA Christie, MP Peña, C Pérez, A Huth. 2009. Structural and environmental characterization of old-growth temperate rainforests of northern Chiloé Island, Chile: Regional and global relevance. *Forest Ecology and Management* 258(4):376–388.
- Henry HA, LW Aarssen. 1999. The interpretation of stem diameter-height allometry in trees: biomechanical constraints, neighbour effects, or biased regressions? *Ecology Letters* 2:89–97.
- Husch B, TW Beers, JA Kershaw. 2003. Forest Mensuration. 4th edition. New York, USA. Wiley. 443 p.
- Innes J. 1992. Structure of evergreen temperate rain forest on the Taitao Peninsula, southern Chile. *J. of Biogeography* 19:555–562.
- Navarro C, C Donoso, V Sandoval. 1999. Los renovales de canelo. In Donoso C, A Lara eds. Silvicultura de los bosques nativos de Chile. Santiago, Chile. Editorial Universitaria. p. 341–377.
- Navarro C, c Donoso, V Sandoval, C Gonzalez. 1997. Evaluación de raleos en un renoval de canelo (*Drimys winteri* (Forst.)) en la Cordillera de la Costa de Valdivia, Chile. *Bosque* 18(2):51–65.
- Navarro C, MA Herrera, F Drake, PJ Donoso. 2011. Diagrama de manejo de densidad y su aplicación a raleo en bosques de segundo crecimiento de *Drimys winteri* en el sur de Chile. *Bosque* 32(2):175 – 186.
- Niklas K. 1994. Plant Allometry: The Scaling of Form and Process. USA. University of Chicago Press. 395 p.
- Perez-Quezada JF, S Olguín, JP Fuentes, M Galleguillos. 2015. Tree carbon stock in evergreen forests of Chiloé, Chile. *Bosque* 36:27 – 39.
- Pienaar LV, KJ Turnbull. 1973. The Chapman-Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. *Forest Science* 19(1):2–22.
- Pinheiro J, D Bates, S DebRoy, D Sarkar, the R Core Team. 2017. nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. R package version 3.1-131.
- Pinheiro JC, DM Bates. 2000. Mixed-effects Models in S and Splus. New York, USA. Springer-Verlag. 528 p.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997. Mensura Forestal. San José, Costa Rica. Serie investigación y educación de desarrollo sostenible. Instituto interamericano de cooperación para la agricultura (IICA)/BMZ/GTZ. 561 p.

- R Core Team. 2018. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>.
- Rennolls K. 1995. Forest height growth modelling. *Forest Ecology and Management* 71(3):217–225.
- Reyes R, P Donoso, C Donoso, C Navarro. 2009. Crecimiento de renovales de *Drimys winteri* después de 16 años de aplicados distintos tratamientos de raleo en las cordilleras de Los Andes y de la Costa en Chile. *Bosque* 30(3):117–126.
- Richards FJ. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10(29):290–300.
- Robinson GK. 1991. That BLUP is a good thing: The estimation of random effects. *Statistical Science* 6(6):15–51.
- Rüger N, AG Gutiérrez, WD Kissling, JJ Armesto, A Huth. 2007. Ecological impacts of different harvesting scenarios for temperate evergreen rain forest in southern Chile—A simulation experiment. *Forest Ecology and Management* 252:52–66.
- Salas C. 2002. Ajuste y validación de ecuaciones de volumen para un relicto del bosque de roble-laurel-lingue. *Bosque* 23(2):81–92.
- Salas C. 2011. Modelling tree height growth of *Nothofagus* forests in south-central Chile: Merging differential equations and mixed-effects models. Ph.D. Dissertation. New Haven, CT, USA. Yale University. 158 p.
- Salas C. 2017. Manual de procedimientos para la realización de análisis fustal. Informe Interno No. 1, Laboratorio de Biometría, Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de La Frontera, Temuco, Chile. 8 p.
- Salas C, T Cayul, C Navarro. 2017. Manual de operaciones de terreno. Informe Interno No. 3, Laboratorio de Biometría, Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de La Frontera, Temuco, Chile. 15 p.
- Salas C, T Cayul, J Riquelme. 2018. Modelos complementarios para altura total, diámetro sobre el fuste a los 6 metros y diámetro sobre el fuste a los 2 metros para especies del tipo forestal siempreverde. Informe interno no. 13, Laboratorio de Biometría, Departamento de Ciencias Forestales, Universidad de La Frontera, Temuco, Chile. 8 p.
- Salas C, L Ene, TG Gregoire, E Næsset, T Gobakken. 2010. Modelling tree diameter from airborne laser scanning derived variables: A comparison of

- spatial statistical models. *Remote Sensing of Environment* 114(6):1277–1285.
- Salas C, O García. 2006. Modelling height development of mature *Nothofagus obliqua*. *Forest Ecology and Management* 229(1-3):1–6.
- Salas C, V LeMay, P Núñez, P Pacheco, A Espinosa. 2006. Spatial patterns in an old-growth *Nothofagus obliqua* forest in south-central Chile. *Forest Ecology and Management* 231(1-3):38–46.
- Salas C, AR Stage, AP Robinson. 2008. Modeling effects of overstory density and competing vegetation on tree height growth. *Forest Science* 54(1):107–122.
- Salas-Eljatib C, A Fuentes-Ramírez, PJ Donoso, C Matus, DP Soto. 2018. Crecimiento de bosques secundarios y adultos de *Nothofagus* en el centro-sur de Chile. In Donoso P, A Promis, D Soto eds. Silvicultura en bosques nativos. Experiencias en silvicultura y restauración en Chile, Argentina y el oeste de Estados Unidos. Valdivia, Chile. Oregon State University. p. 73–92.
- Schabenberger O, FJ Pierce. 2002. Contemporary Statistical Models for the Plant and Soil Sciences. Boca Raton, FL, USA. CRC Press. 738 p.
- Schlatter J, R Grez, V Gerding. 2003. Manual para el reconocimiento de suelos. 3rd edition. Valdivia. Universidad Austral de Chile. 144 p.
- Schwarz G. 1978. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics* 6(2):461–464.
- Triana M. 2001. Factor de conversión de unidades “estéreo” a m³ para cuantificar volúmenes de leña. Un estudio de caso en el sur de Chile. *Colombia Forestal* 7(14):25–32.
- Trincado G, A Kiviste, K von Gadow. 2002. Preliminary site index models for native roble (*Nothofagus obliqua*) and raulí (*N. alpina*) in Chile. *N. Z. J. For. Sci.* 32(3):322–333.
- van Laar A, A Akça. 2007. Forest Mensuration. Dordrecht, Netherlands. Springer–Netherlands. 383 p.
- Veblen TT, FM Schlegel, JV Oltremari. 1983. Temperate broad-leaved evergreen forests of south america. In Ovington JD (ed.) Temperate Broad-Leaved Evergreen Forests. p. 5–31.
- von Bertalanffy L. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review of Biology* 32(3):217–231.
- Zeide B. 1993. Analysis of growth equations. *Forest Science* 39(3):594–616.

Anexo

Modelos complementarios

Los modelos de volumen propuestos tienen como variables predictoras a la altura total (h), altura comienzo de copa (hcc), largo de copa (cl) y el diámetro a los 6 metros sobre el fuste (d_6). Sin embargo, estas variables en la práctica son difíciles de medir, por tanto, se requieren modelos que permitan su predicción. Este grupo de modelos se denominan modelos complementarios y se realizaron diferentes análisis para su desarrollo, los cuales son detallados en [Salas *et al.* \(2018\)](#). A continuación se muestra la expresión estadística, los parámetros estimados y gráficos de comportamiento de estos modelos complementarios.

Modelo de altura total

$$h_i = 1,3 + \beta_0 + \beta_1 nhadi_i + \beta_2 coihueChi_i + \beta_3 tepa_i + \beta_4 ulmo_i + \beta_5 \frac{1}{d_i} + \epsilon_i, \quad (40)$$

donde: h_i es la altura total para el i -ésimo árbol, en m; $nhadi_i$ es una variable dummy que toma el valor de 1 en caso que el i -ésimo árbol se encuentre en un suelo ñadi o delgado, y toma el valor de 0 en caso contrario; $coihueChi_i$ es una variable dummy que toma el valor de 1 en caso que la especie del i -ésimo árbol sea coihue de Chiloé, y asume el valor de 0 en caso contrario; $tepa_i$ es una variable dummy que toma el valor de 1 en caso que la especie del i -ésimo árbol sea tepa, y asume el valor de 0 en caso contrario; $ulmo_i$ es una variable dummy que toma el valor de 1 en caso que la especie del i -ésimo árbol sea ulmo, y asume el valor de 0 en caso contrario; d_i es el diámetro a la altura del pecho para el i -ésimo árbol, en cm; ϵ_i es el error aleatorio del modelo que tiene una distribución de Gauss con media cero y varianza σ_e^2 ; y $\beta_0, \dots, \beta_5$ son los parámetros del modelo.

Cuadro 18: Parámetros estimados del modelo de altura total (Ec. 40).

Coeficientes	$\hat{\beta}_0$	23,54 (0,78)***
	$\hat{\beta}_1$	-1,76 (0,40)***
	$\hat{\beta}_2$	4,37 (0,46)***
	$\hat{\beta}_3$	2,01 (0,47)***
	$\hat{\beta}_4$	1,09 (0,58)
	$\hat{\beta}_5$	-214,67 (23,34)***
Num. obs.		393
$\hat{\sigma}_e$		3,33

*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Cuadro 19: Estadísticos de validación del modelo de altura total (Ec. 40).
Cada uno de los estadísticos han sido definidos en Ecs. 24, 26 y 25.

RMSD		DA		DIFA	
m	%	m	%	m	%
2,935	9,737	0,000	0,000	2,278	7,557

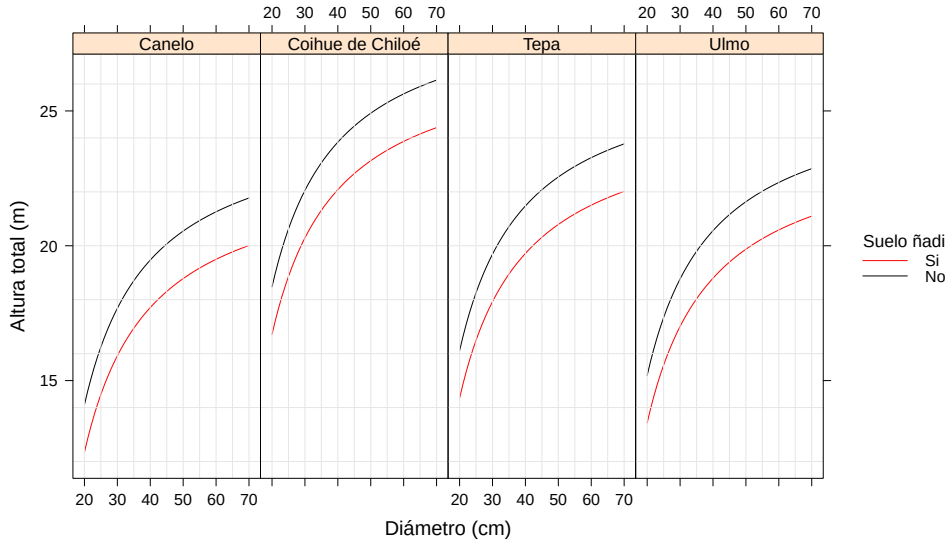


Figura 22: Comportamiento del modelo de altura total (Ec. 40) según especie y sitio.

Modelo de altura comienzo de copa

$$hcc_i = 1,3 + \beta_0 + \beta_1 nhadi_i + \beta_2 coihueChi_i + \beta_3 tepa_i + \beta_4 ulmo_i + \beta_5 \frac{1}{d_i} + \epsilon_i, \quad (41)$$

donde: hcc_i es la altura comienzo de copa para el i -ésimo árbol, en m; el resto de las variables han sido descritas previamente.

Cuadro 20: Parámetros estimados del modelo de altura comienzo de copa (Ec. 41).

Coeficientes	$\hat{\beta}_0$	8,85 (0,81)***
	$\hat{\beta}_1$	-1,97 (0,41)***
	$\hat{\beta}_2$	4,04 (0,48)***
	$\hat{\beta}_3$	2,07 (0,48)***
	$\hat{\beta}_4$	1,67 (0,61)**
	$\hat{\beta}_5$	-32,19 (24,26)
Num. obs.		393
$\hat{\sigma}_e$		3,46
*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$		

Cuadro 21: Estadísticos de validación del modelo de altura comienzo de copa (Ec. 41). Cada uno de los estadísticos han sido definidos en Ecs. 24, 26 y 25.

RMSD		DA		DIFA	
m	%	m	%	m	%
3,674	40,427	-1,300	-14,303	2,989	32,884

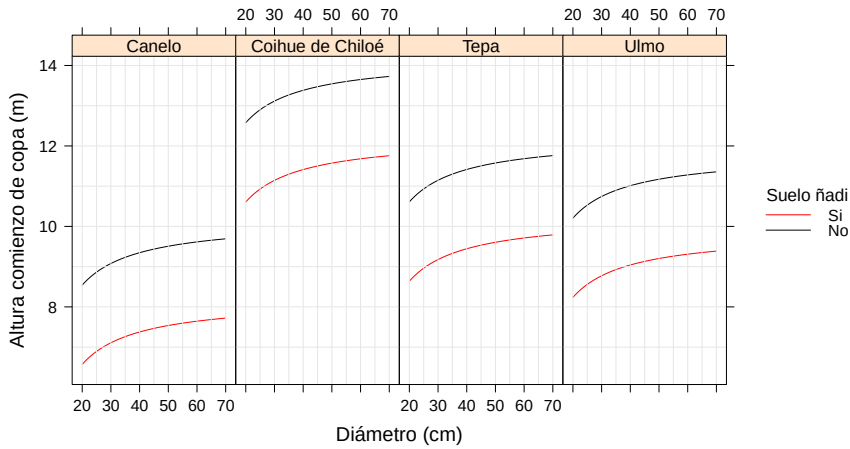


Figura 23: Comportamiento del modelo de altura comienzo de copa (Ec. 41) según especie y sitio.

Modelo de largo de copa

$$cl_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{d_i} + \epsilon_i, \quad (42)$$

donde: cl_i es el largo de copa para el i -ésimo árbol, en m; el resto de las variables han sido descritas previamente.

Noté que para esta variable no se evidenciaron diferencias significativas entre especies.

Cuadro 22: Parámetros estimados del modelo de largo de copa (Ec. 42).

Coeficientes	$\hat{\beta}_0$	14,93 (0,57)***
	$\hat{\beta}_1$	-188,35 (18,58)***
Num. obs.		393
$\hat{\sigma}_e$		2,93

*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Cuadro 23: Estadísticos de validación para el modelo de largo de copa (Ec. 42). Cada uno de los estadísticos han sido definidos en Ecs. 24, 26 y 25.

RMSD		DA		DIFA	
<i>m</i>	%	<i>m</i>	%	<i>m</i>	%
2,923	31,194	0,000	0,000	2,311	24,661

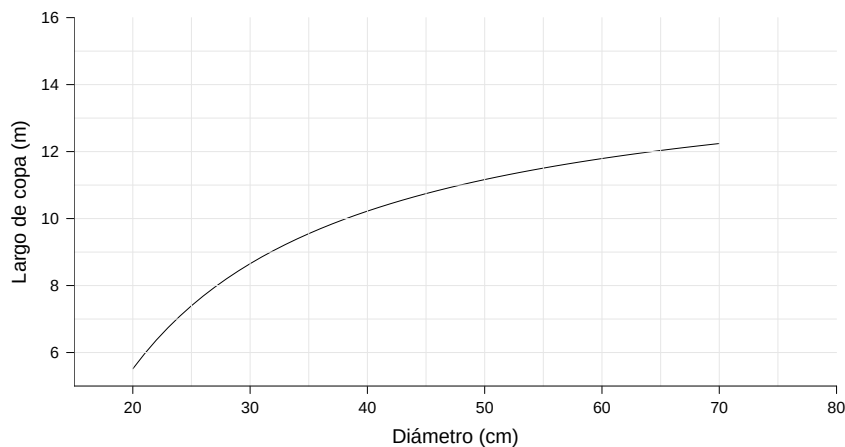


Figura 24: Comportamiento del modelo de largo de copa (Ec. 42).

Modelo de diámetro fustal a los 6 m

$$d_{6i} = \beta_0 + \beta_1 \text{canelo}_i d_i + \beta_2 \text{coihueChi}_i d_i + \beta_3 \text{tepa}_i d_i + \beta_4 \text{ulmo}_i d_i + \epsilon_i, \quad (43)$$

donde: d_{6i} es el diámetro a los 6 m sobre el fuste para el i -ésimo árbol, en cm; el resto de las variables han sido descritas previamente.

Cuadro 24: Parámetros estimados para el modelo de diámetro a los 6m sobre el fuste (Ec. 43).

Coeficientes	$\hat{\beta}_0$	-0,65 (0,60)
	$\hat{\beta}_1$	0,81 (0,02)***
	$\hat{\beta}_2$	0,88 (0,02)***
	$\hat{\beta}_3$	0,87 (0,02)***
	$\hat{\beta}_4$	0,78 (0,02)***
Num. obs.		393
$\hat{\sigma}_e$		3,02

*** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$

Cuadro 25: Estadísticos de validación para el modelo de diámetro a los 6m sobre el fuste (Ec. 43). Cada uno de los estadísticos han sido definidos en Ecs. 24, 26 y 25.

RMSD		DA		DIFA	
cm	%	cm	%	cm	%
2,997	9,911	0,000	0,000	2,330	7,705

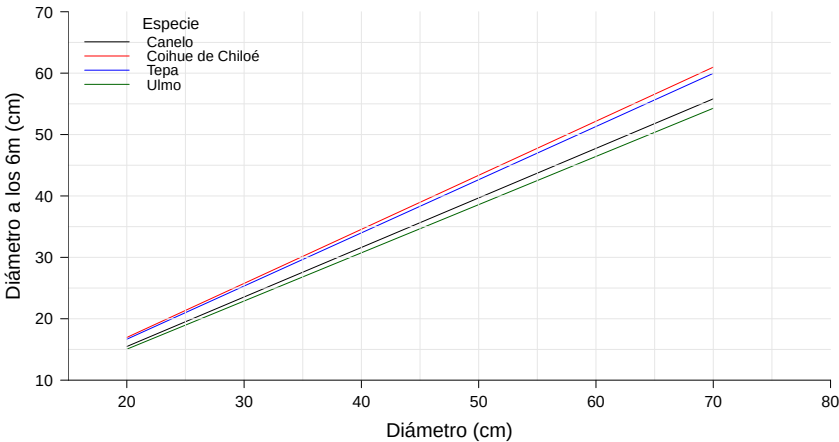


Figura 25: Comportamiento del modelo de diámetro a los 6 m sobre el fuste (Ec. 43) según especie.



Christian Salas Eljatib es Ph.D. en Biometría (Yale University, USA, 2011), Master en Ciencias en Estadística (University of Idaho, USA, 2006), e Ingeniero Forestal (Universidad de La Frontera, Chile, 2000). En la actualidad es Director del Centro de Modelación y Monitoreo de Ecosistemas de la Universidad Mayor y Profesor Titular de la misma universidad en Santiago de Chile. Al momento de la adjudicación del proyecto de investigación que generó este documento, el Dr. Salas era Profesor Asociado del Departamento de Ciencias Forestales de la Universidad de La Frontera en Temuco (Chile), institución a la cual aún está afiliado. Se especializa en biometría forestal y modelación ecológica.

Celso Navarro Cárcamo es Doctor en Recursos Naturales y Gestión Sostenible (Universidad de Córdoba, España, 2012), Magíster en Manejo Sustentable de Recursos Forestales (Universidad Austral de Chile, 2002), e Ingeniero Forestal (U. Austral de Chile, 1986). Actualmente, es Profesor Asociado de Manejo Forestal del Departamento de Ciencias Ambientales de la Universidad Católica de Temuco (Chile). Se especializa en manejo forestal y en la aplicación de teledetección a recursos naturales.

Tomás Cayul Cheuquehuala es Magíster en Manejo de Recursos Naturales (Universidad de La Frontera, Chile, 2016), Diplomado en Análisis Espacial y Medioambiente (U. de La Frontera, Chile, 2014), e Ingeniero en Recursos Naturales (U. de La Frontera, Chile, 2014). Actualmente, es asistente de investigación en el Centro de Modelación y Monitoreo de Ecosistemas de la Universidad Mayor en Santiago de Chile. Se especializa en análisis de datos y aplicación de sensores remotos a los ecosistemas forestales.

Joaquín Riquelme Alarcón es candidato a Magíster en Manejo de Recursos Naturales de la Universidad de La Frontera en Chile, e Ingeniero en Recursos Naturales (U. de La Frontera, Chile, 2017). Actualmente, es asistente de investigación en el Centro de Modelación y Monitoreo de Ecosistemas de la Universidad Mayor en Santiago de Chile. Se especializa en análisis de datos y modelación ecológica en bosques nativos y ejecución práctica de proyectos de investigación.